

ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ

1. Повторение методов решения уравнений, неравенств.
2. Повторение функций: свойства, графики. Графики уравнений, функций и уравнений с модулем.
3. Методы решения уравнений, неравенств и систем с параметром:
 1. алгебраический;
 2. графический в системе $хоу$;
 3. графический в системе $хоа$;
 4. функциональный.

Пример.

1. Решить простейшие линейные уравнения и неравенство: $a^2x - a = 4x - 2$; $ax \leq 2 - a$ и $\frac{(x-2)(x+a)}{x+3} \geq 0$

2. Для уравнения $ax^2 + 4x + 5 - a = 0$ найти все значения a при которых:

- а) уравнение имеет единственный корень;
- б) корни положительные;
- в) корни отрицательные;
- г) корни разных знаков;
- д) корни меньше 1;
- е) корни лежат в промежутке $(-1; 1)$

3. При решении задач с параметром очень важна замена, которая упрощает решение уравнения с параметром. Приведу два примера, которые в дальнейшем решаются очень красиво графически.

1) При каких значениях a уравнение $|\cos^2 x + 2 \sin x - 2a| = \cos^2 x + \sin x + 2a$ имеет на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ единственный корень.

2) Найти все значения a , при которых решение неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

4. Аналитический способ решения задач с параметром может вызвать затруднение отбора значений параметра, для которого должно выполняться условие, поставленное в задаче.

Рассмотрим две задачи.

1) При каких значениях a уравнение $\sqrt{4x-3} \ln(5x-a) = \sqrt{4x-3} \ln(6x+a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

2) При каких значениях a уравнение $|x^2 - a^2| = |x+a|\sqrt{x+5}$ имеет ровно два различных корня.

5. Графический способ решения в системе $хоу$.

1) При каких значениях a уравнение $ax + \sqrt{3-2x-x^2} = 4a + 2$ имеет единственное решение.

2) При каких значениях a система $\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4|2x - y| \\ x + 2y = a \end{cases}$ имеет более двух решений.

6. Графический способ решения в системе $хоа$.

При каких значениях a уравнение $|x^2 - a^2| + 8 = |x+a| + 8|x-a|$ имеет ровно два различных корня.