КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Структура работы

1 часть:

- 12 заданий с кратким ответом базового уровня

2 часть:

- 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровня сложности

Полученные баллы суммируются

Задание № 13

- Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах — **2 балла.**
- Обоснованно получен верный ответ в пункте А) или Б), или получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — **1 балл.**
- Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше — **0 баллов.**

- Основным требованием к пункту а) является то, что запись решения и ответа тригонометрического уравнения должна быть в радианах (не в градусах!).
- Отбор корней, принадлежащих заданному промежутку, осуществляется любым способом.

Арифметический способ

- Если отбор произведен непосредственной подстановкой корней уравнения в имеющиеся ограничения, то необходимо доказать, что других корней на промежутке нет перебором значений целочисленного параметра и вычислением корней

Найдите все корни уравнения $\sin 2x = \cos x$, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$.

$$\sin 2x = \cos x;$$

$$\cos x \cdot (2\sin x - 1) = 0;$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \sin x = \frac{1}{2}; \end{array}\right.$$

$$\boxed{1) \cos x = 0}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in Z.$$

Если n=0,то

$$x = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=1,то

$$x = \frac{3\pi}{2}, \quad \frac{3\pi}{2} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=-1,то

$$x = -\frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=-2,то

$$x = -\frac{3\pi}{2}, \quad -\frac{3\pi}{2} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$2)\sin x = \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \quad \text{или} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

Если n=-1, то

$$x = -\frac{11\pi}{6}, \ -\frac{11\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = -\frac{7\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=0, то

$$x = \frac{\pi}{6}, \ \frac{\pi}{6} \in \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = \frac{5\pi}{6}, \ \frac{5\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

Если n=1, то

$$x = \frac{13\pi}{6}, \ \frac{13\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right] \quad \text{или} \quad x = \frac{17\pi}{6}, \ \frac{17\pi}{6} \notin \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$\boxed{\text{Ответ}: -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}.}$$

Алгебраический способ

- Решение неравенства относительно неизвестного целочисленного параметра и вычисление корней а) Решите уравнение $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку. $[-\pi; 2\pi]$.

Решение.

а) Пусть $y = \cos x$, то $6y^2 - 7y - 5 = 0$.

$y_1 = -\frac{1}{2}, y_2 = \frac{5}{3}$ =? $\cos x = -\frac{1}{2}, \cos x = \frac{5}{3}$.

$\cos x = -\frac{1}{2}$ =? $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z, x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$,

$\cos x = \frac{5}{3}$ =? корней нет.

б) Отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$

$-\pi \le -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \le 2\pi, n \in Z$

$-\frac{1}{6} \le n \le \frac{4}{3}$ =? при $n = 0$, $x = -\frac{2\pi}{3}$ и при $n = 1$, $x = \frac{4\pi}{3}$.

$-\pi \le \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \le 2\pi, k \in Z$

$-\frac{5}{6} \le k \le \frac{2}{3}$ =? при $k = 0$ $x = \frac{2\pi}{3}$.

Ответ: а) $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z, x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$, б) $-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$.

Геометрический способ

- Отбор корней тригонометрического уравнения на числовой окружности
- Отбор корней тригонометрического уравнения на числовой прямой

Учащиеся теряют баллы если:

- на единичной окружности не выделено начало и конец промежутка;
- использование так называемой «улитки» или «спирали»
- отсутствует обоснование отбора корней из промежутка, то есть на единичной окружности не выделены необходимые корни.

1 балл за решение пункта б) выставляется при условии присутствия «следов» отбора корней!

Отбор корней на числовой окружности

а) Решите уравнение $\cos(\frac{3\pi}{2}+2x)=\cos x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Решение.

а) $\cos(\frac{3\pi}{2}+2x)=\cos x$

$\sin 2x=\cos x$

$2\sin x\cos x-\cos x=0$

$\cos x(2\sin x-1)=0$

$\cos x=0$ или $2\sin x-1=0$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$ $\quad \sin x=\frac{1}{2}$

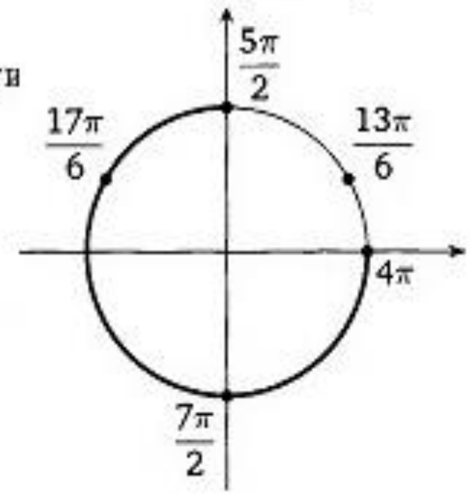
$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z,$

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m, m\in Z$

б) Отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Для этого на единичной окружности отметим дугу равную данному отрезку и точки, соответствующие корням данного уравнения.

Итак, корнями, принадлежащими данному отрезку, являются числа $\frac{5\pi}{2};\frac{17\pi}{6};\frac{7\pi}{2}$.



Ответ: а) $x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$, $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z, x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m, m\in Z$,

б) $\frac{5\pi}{2};\frac{17\pi}{6};\frac{7\pi}{2}$.

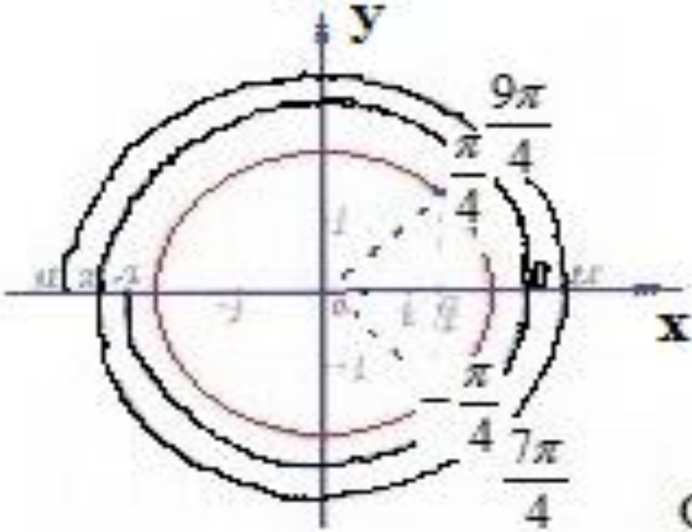
а) Решить уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 3\pi]$

<u>Решение.</u>

а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

б) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$,



Ответ: а) $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$;

$б) -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}$.

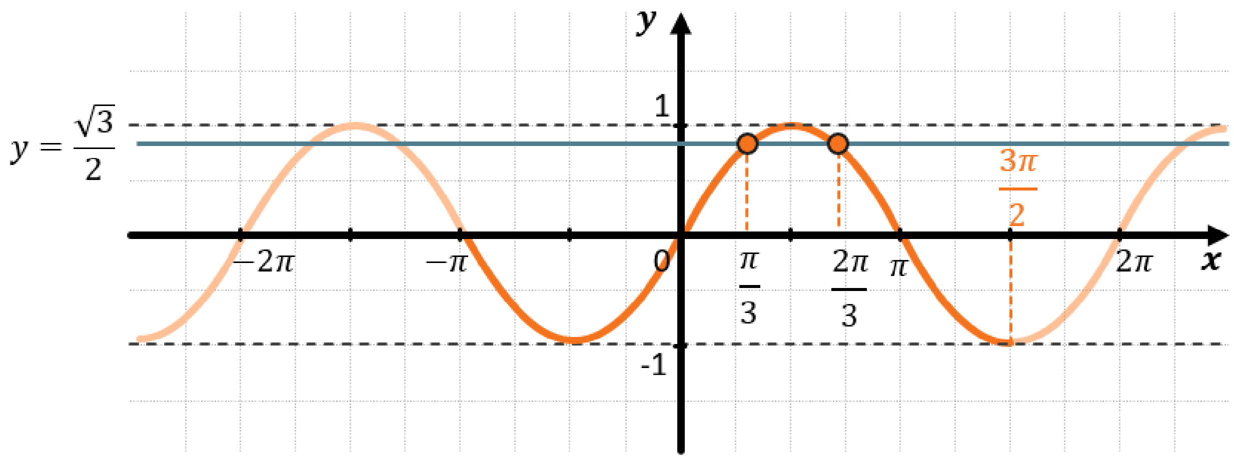
$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Функционально-графический способ

Выбор корней с использованием графика простейшей тригонометрической функции.

Найдите все корни уравнения

$\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащих промежутку $\left[-\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$



Задание № 14

•Имеется верное доказательство утверждения пункта А) и обоснованно получен верный ответ в пункте Б) — **3 балла**.
•Получен обоснованный ответ в пункте Б) или имеется верное доказательство утверждения пункта А) и при обоснованном решении пункта Б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки — **2 балла**.
•Имеется верное доказательство утверждения пункта А), или при обоснованном решении пункта Б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, или обоснованно получен верный ответ в пункте Б) с использованием утверждения пункта А), при этом пункт А) не выполнен — **1 балл.**
•Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше — **0 баллов.**

Задание 14 — стереометрическая задача, она разделена на пункты а и б. В пункте а нужно доказать геометрический факт, в пункте б найти (вычислить) геометрическую величину.

Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование — решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы.

В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения.

При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не степень следования «эталонному» решению.

При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

1.**Классический (синтетический) метод**: Используются геометрические теоремы и аксиомы (теорема о трех перпендикулярах, признаки параллельности/перпендикулярности). Подходит для доказательства (пункт а) и нахождения углов/расстояний.

2. **Метод координат**: Введение декартовой системы координат в пространстве (обычно Oxyz). Удобен для нахождения расстояний (до плоскости, между скрещивающимися прямыми) и углов. Требует точного нахождения координат вершин, уравнения плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ и использования формул расстояния от точки до плоскости.

.

3. **Метод объемов**: Подходит для нахождения расстояний (особенно высот пирамид) через сравнение формул объема: $V=1/3S_{осн.} \cdot h$

4. **Комбинированный подход**: Совмещает оба метода: а) доказывается классически, б) вычисляется по координатам

Если в 13-м задании экзамена без пункта «а» пункт «б» решить невозможно, то в 14-м задании пункты не зависят друг от друга. Если участник экзамена не знает, как доказать пункт «а», то можно решить пункт «б» и получить два балла из трех.

Комментарий:

При доказательстве пункта «а» либо указываем теорему, которую использовали, либо ее формулировку.

При решении пункта «б» на чертеже недостаточно изобразить, например, отрезок. Обосновываем, почему данный отрезок и есть искомое расстояние.

.

Задание № 15

2 балла: Обоснованно получен верный ответ.
1 балл: Обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точек, или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения
0 баллов: Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Типы неравенств и подходы к решению

Дробно- рациональное: Перенос всего в одну сторону, приведение к общему знаменателю, разложение на множители, применение метода интервалов. ОДЗ: знаменатель $\neq 0$.

Логарифмическое: Определение ОДЗ обязательно для логарифмических (аргумент > 0, основание >0 и $\neq 1$).

Показательные: Замена переменной (например, $t = a^x$), решение квадратного/дробного неравенства относительно t, обратная замена.

Метод рационализации (для сложных неравенств): Замена выражений вида

$\log_a f - \log_a g$ на $(a - 1)(f - g)$ или похожие конструкции.

Типичные ошибки:

- Умножают на знаменатель дроби, просто избавляются от него, и теряют при этом ещё один корень (нельзя умножать/делить на выражение с *x*, если вы при этом нигде не накладываете ограничений); Всегда приводим к общему знаменателю!
- Потеря ОДЗ или неверное ее нахождение.
- Неверное решение неравенств, входящих в ОДЗ (например, $\log_a x > 0$ — забывают, что аргумент $x>0$).
- Неверное использование свойств логарифмов (например, $\log_a x^2 = 2\log_a x$ вместо $2\log_a |x|$).

- Неправильное определение знаков интервалов (особенно при наличии четных степеней или коэффициентов перед *x*)
- Неверное обозначение точек (выколотые/закрашенные) на числовой прямой
- Забывают про ограничение новой переменной, например $t = 2^x > 0$)
- Не возвращаются к исходной переменной после решения неравенства для *t*

Задание № 16

Задание 16 профильного ЕГЭ по математике — это экономическая задача (вклады, кредиты, оптимизация), оцениваемая максимум в 2 первичных балла. Ключ к успеху — верное построение математической модели (уравнения или неравенства) и правильные вычисления. Требуется знание процентов, арифметической/геометрической прогрессий и основ оптимизации.

2 балла: Верно построена математическая модель, решение доведено до ответа, получен верный ответ.

1 балл: Верно построена математическая модель, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу.

0 баллов: Решение не соответствует ни одному из критериев, или решение отсутствует.

Основные подходы к решению

- **Понимание типа платежей:**
- **Аннуитетные платежи (равные):** Сумма долга каждый раз умножается на коэффициент k = 1+ $\frac{r}{100}$,а затем вычитается фиксированная сумма платежа X
- **Дифференцированные платежи (уменьшение долга):** Проценты начисляются на остаток, а основной долг уменьшается на фиксированную сумму (или согласно графику).
- **Составление таблицы:** Для задач на кредиты крайне важно составлять таблицу: **«Долг после начисления процентов — Платеж - Остаток»**.
- **Использование прогрессий:** Если платежи или остатки долга меняются по определенному закону, полезно использовать формулы арифметической или геометрической прогрессии для суммы выплат.
- **«Взгляд из будущего»:** Иногда задачу проще решить, если рассматривать платежи не от начала к концу, а приводить их все к одному временному моменту (обычно к моменту выплаты кредита).

Типичные ошибки:

Ошибки в моделировании (составление уравнения):

•**Проценты:** Замена увеличения на 10% на умножение на 0,1 вместо 1,1

•**Дифференцированные платежи:** Неверное понимание структуры: долг уменьшается равномерно, но проценты начисляются на остаток. Часто путают общую сумму выплат и сумму основного долга.

•**Аннуитетные платежи:** Ошибка в формуле геометрической прогрессии при расчете общей суммы выплат

Невнимательность к условиям:

•**Сроки:** Игнорирование формулировки «на 4 месяца», «с 1 по 15 число», что приводит к ошибкам в количестве начислений процентов или платежей.

Остаток: Неверное понимание того, что именно уменьшается на определенную величину — долг или сумма выплат.

Логические ошибки и оформление:

•**Ответ на вопрос:** В задаче спрашивается «общая сумма выплат», а в ответ записывают «сумму основного долга» или «величину последнего платежа». Или «найдите сумму платежей за 2028 год», а не за весь период.

•**Незавершенность:** Решение не доведено до конца, найден промежуточный результат.

Арифметические и алгебраические ошибки:

- **Действия с дробями:** Неверное раскрытие скобок, ошибки при приведении к общему знаменателю в громоздких выражениях.
- **«Нули»:** Ошибки при делении или умножении больших сумм, потеря нулей. Или, например, в записи ответа вместо 3 млн. рублей или 3000000 рублей, пишут просто 3.
- **Порядок действий:** Неправильное выполнение действий, особенно при работе с большими степенями.

Задание № 17

Задание 17 профильного ЕГЭ по математике — это планиметрическая задача (пункты «а» — доказательство, «б» — вычисление), за которую можно получить до 3 первичных баллов.

3 балла: Верно выполнены пункты а и б.

2 балла: Верно выполнен пункт а, ИЛИ выполнен пункт б, при этом пункт а не выполнен (или выполнен с ошибкой), но есть верные шаги в пункте б, ИЛИ выполнено только б.

1 балл: Верно доказан пункт а, но решение пункта б содержит ошибку/недочет, ИЛИ решение содержит верный только один пункт б, а пунктом а пренебрегли, ИЛИ пункты выполнены частично, но логически верны.

0 баллов: Решение не соответствует ни одному из критериев выше, или задача не решена.

Основные ошибки при решении планиметрии:

Чертеж и интерпретация:

•Построение частного случая вместо общего (например, рисование равнобедренного треугольника, когда в условии просто «треугольник»).

•Неверное отображение взаимного расположения элементов.

Логические ошибки и доказательства:

•Использование утверждений, которые «очевидны», но не доказаны, без ссылки на теорему.

•Пропуск случаев: если в задаче сказано «угол А», а он может быть острым или тупым, не рассматриваются оба варианта.

Геометрические ошибки:

Неправильное использование формул, свойств, и признаков геометрических фигур

Задание № 18

Задание 18 ЕГЭ по профильной математике (задачи с параметром) оценивается максимум в 4 первичных балла. Ключевые подходы включают графический метод, аналитический (свойства функций, дискриминант). Полное решение требует аргументированного ответа, а частичные баллы дают за верный выбор метода и промежуточные результаты.

Критерии оценивания (максимум 4 балла):

•**4 балла:** Аргументировано получен правильный ответ.

•**3 балла:** Решение содержит незначительные ошибки, или не включены/исключены граничные точки, но получен верный ответ.

•**2 балла:** Обоснованно найдены значения параметра (например, критические точки), но решение не доведено до конца.

•**1 балл:** Решение не соответствует ни одному из критериев, но выбран верный подход (например, построены графики).

•**0 баллов:** Решение не соответствует критериям выше, или отсутствует.

Основные подходы к решению:

Графический метод (метод плоскости *Xoa или Xoy)*

1.Построение графиков уравнений/неравенств в системе координат (x;y) или (x;a)

2.Анализ взаимного расположения графиков (касание, пересечение) при изменении параметра a. Это самый популярный метод для задач с модулями, корнями или окружностями.

Аналитический метод

Исследование свойств функций: четность, монотонность, ограниченность (использование неравенства Коши, производной

Метод дискриминанта: если уравнение квадратичное относительно x или a. Это самый популярный метод для задач с модулями, корнями или окружностями.

Анализ расположения корней квадратного трехчлена. Использование условий на знаки дискриминанта, коэффициентов и вершин параболы для расположения корней.

Основные группы ошибок при решении задачи 18 (параметры):

- **Игнорирование ограничений (ОДЗ):**
  - Забывание проверить область допустимых значений для логарифмов, корней, знаменателей, что приводит к «посторонним» корням или неверным промежуткам.
  - Неверное раскрытие модуля, особенно если он содержит параметр.
- **Неполный перебор случаев:**
  - Анализ только одного частного случая вместо рассмотрения всех возможных ситуаций, когда выражение с параметром меняет знак, график пересекает оси или меняет количество пересечений (например, при касании окружности и прямой).
  - Упущение граничных значений параметра (когда $a=0$), при котором уравнение теряет смысл или превращается в линейное).

- **Графические ошибки:**
  - Неправильное построение или интерпретация графика функции. Перепутать график функции и ее производной, если задача включает исследование.
  - Нечеткое понимание того, как параметр *а* влияет на положение графика (сдвиг, масштабирование).
- **Логические и технические промахи:**
  - Невнимательное прочтение вопроса: требуется найти значение *а*, при котором решение *есть*, или при котором решений *ровно два*, или найти *сумму* корней.
  - Арифметические ошибки из-за спешки или сложных преобразований.
  - Неверное использование символов неравенств (строгие/нестрогие).

Задание № 19

Задание 19 (задача с целыми числами, олимпиадного уровня) в ЕГЭ по профильной математике оценивается максимум в **4 первичных балла**.

Критерии оценивания (4 балла):

- **4 балла:** Полностью верно получены все три результата: пример в пункте А), обоснованное решение пункта Б) и оценка+пример в пункте В).
- **3 балла:** Верно получены любые 3 из перечисленных выше результатов (например, верно решены 2 пункта из 3, при этом один пункт — с незначительной ошибкой).
- **2 балла:** Верно получены 2 из перечисленных результатов (например, правильно выполнены А) и В), или только Б) и В), или только А) и Б)).
- **1 балл:** Верно получен 1 результат (например, верно найден только пример в пункте А) или только пример в пункте В)).
- **0 баллов:** Решение не соответствует ни одному из критериев, либо получены неверные ответы без обоснования.

Особенности оценивания

- Для получения баллов за пункты В (оценка) и В (пример) необходимо не только указать правильные числа, но и доказать, что другие варианты невозможны (привести оценку) и привести пример, соответствующий этой оценке.
- Если решение содержит вычислительную ошибку (описку), которая не упрощает задачу, балл может быть снижен.

Основные ошибки по пунктам:

- **Пункт «а» (Пример):** Приводят пример, который не удовлетворяет всем условиям задачи сразу, либо пример отсутствует, а дано только теоретическое обоснование.
- **Пункт «б» («Нет» с доказательством):** Недостаточно обосновывают, почему ответ «нет». Нужно привести логическое противоречие, а не просто сказать, что «не получилось».
- **Пункт «в» (Максимум/минимум):** Не доказывают, что найденное значение — экстремальное (не показывают, что больше/меньше быть не может).

Логические и концептуальные ошибки:

- **Неполный перебор:** Рассматривают только часть возможных вариантов.
- **Ошибки в интерпретации:** Неверное понимание условия, например, пропуск слов «различных», «натуральных», «последовательных».
- **Игнорирование ограничений:** Целочисленность (например, количество людей не может быть дробным) часто упускается.

- **Оформление:** Отсутствие четкой логической цепочки, замена доказательства простым перебором («методом тыка»).