Подготовка учащихся к решению задач по геометрии на ЕГЭ профильного уровня.

Из опыта работы.

Дожид Оксана Валерьевна
учитель математики
МАОУ СОШ№16 г. Екатеринбург

Задания по геометрии
на ЕГЭ по математике (профильного уровня)

- **<u>1 часть:</u>**

№1 – задача по планиметрии, низкого уровня сложности;

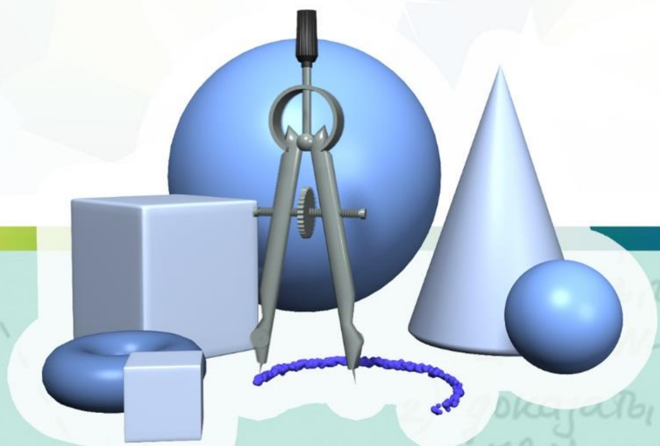
№2 – задача по планиметрии из раздела «Векторы», низкого уровня сложности;

№3 – задача по стереометрии, низкого уровня сложности.

- **<u>2 часть:</u>**

№14 – задача по стереометрии, повышенного уровня сложности;

№16 – задача по планиметрии, повышенного уровня сложности.



Этапы подготовки и решения задач

Первый этап

- Повторение и изучение теории;
- Уделить особое внимание на те темы, которые упоминаются как бы вскользь;
- Решение большого количества задач №1 ЕГЭ и №23 ОГЭ

Второй этап

- Необходимо провести доказательства задач – заготовок для многих задач ЕГЭ.
- Решение задач №24(более сложные) и №25 из ОГЭ по математике.

Этапы подготовки и решения задач

Третий этап

- Повторение векторов на плоскости
- Решение задачи №2 ЕГЭ

Четвёртый этап

- Разбор и решение задачи №16

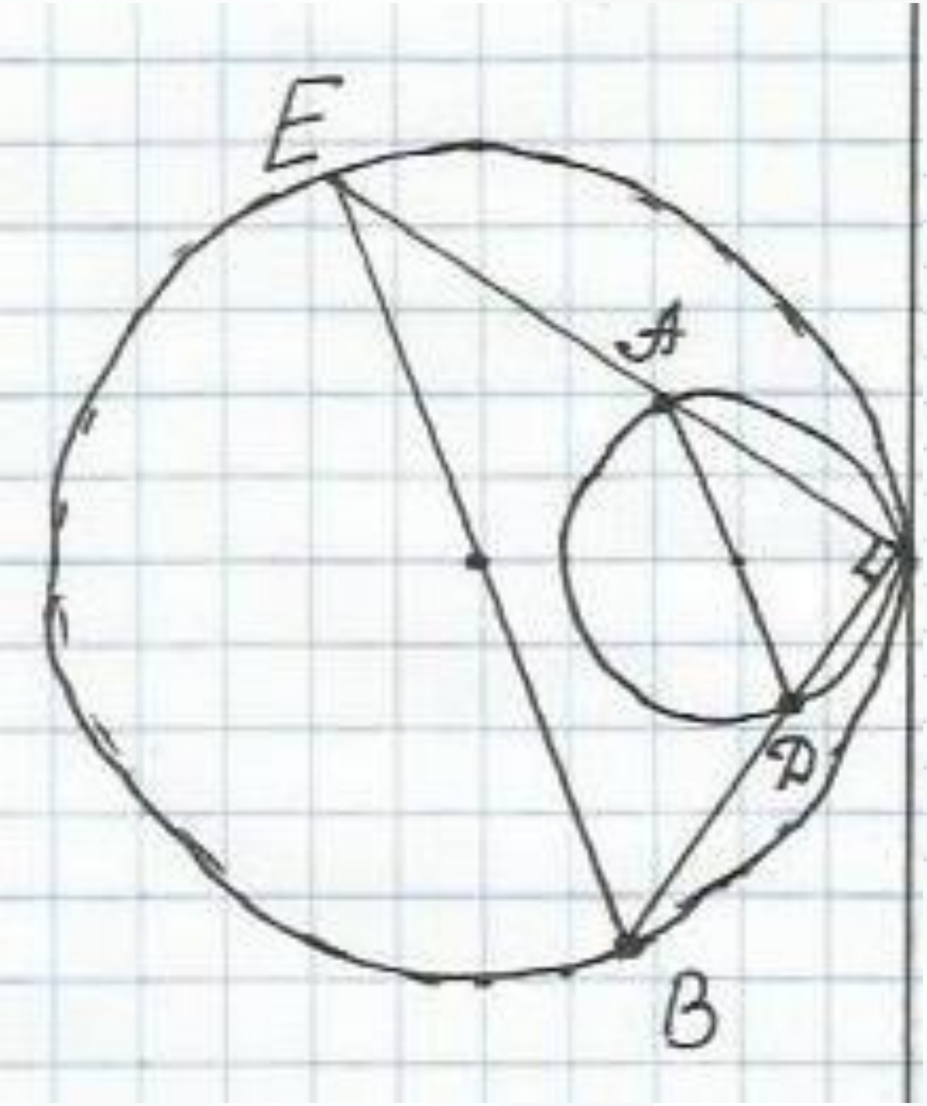
Две окружности касаются внутренним образом в точке C. Вершины A и B равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежат на меньшей и большей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает бо́льшую окружность в точке E, а прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке D.

а) Докажите, что прямые AD и BE параллельны.

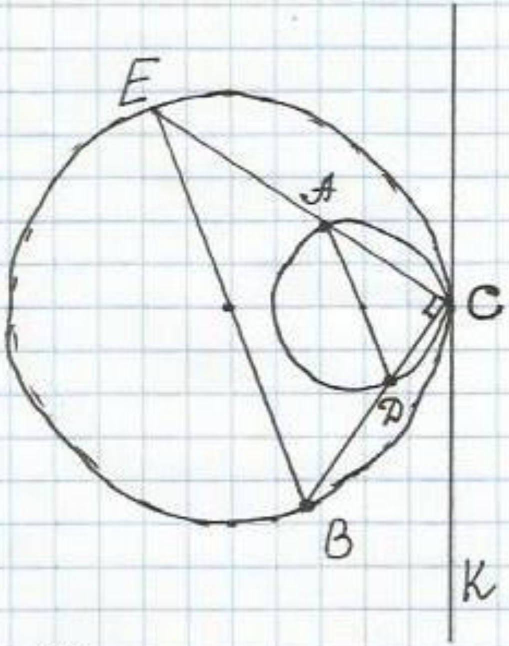
б) Найдите AC, если радиусы окружностей равны 3,5 и 12.

Алгоритм работы с задачей:

1) Читаем задачу и выполняем чертёж. Чертёж должен соответствовать условию задачи, выполнен по линейке.
2) Прописываем темы, теорию, которая возможна для применения решения задачи.
3) Анализируем, какое дополнительное построение можем выполнить.
4) Анализируем данные задачи, находим всё, что с их помощью ещё сможем найти.



1) Диаметр
2) Вписан. углы
3) Хорды, дуги
4) Треугольник. Теор. Пиф.
5) Провести радиусы.
6) Признаки || прямых.
7) Общая касательная.
8) Угол между касат. и хордой



б) $AD = 7$; $EB = 24$, $AC = CB$

$\triangle EBC \sim \triangle ACD$ (по 2м $\angle$)

$$\frac{AD}{EB} = \underbrace{\frac{AC}{EC} = \frac{CD}{BC}}_{AC = BC = a} \Rightarrow a^2 = EC \cdot CD$$

Из $\triangle ACD$ по т. Пиф. $CD = \sqrt{49 - a^2}$

Из $\triangle ECD$ по т. Пиф. $EC = \sqrt{576 - a^2}$

$$a^2 = \sqrt{49 - a^2} \cdot \sqrt{576 - a^2}$$

$$a^4 = (49 - a^2)(576 - a^2)$$

$$a^4 = 49 \cdot 576 - 49a^2 - 576a^2 + a^2$$

$$625a^2 = 49 \cdot 576$$

$$a^2 = \frac{49 \cdot 576}{625}; \quad a = \frac{7 \cdot 24}{25} = 6{,}72$$

1) Диаметр
2) Вписан. углы
3) Хорды, дуги
4) Треугольник. Теор. Пиф.
5) Провести радиусы.
6) Признаки || прямых.
7) Общая касательная.
8) Угол между касат. и хордой

Пятый этап

- Продолжаем решать задачи №16
- Разбор задачи №14

Задача №14

Геометрический метод

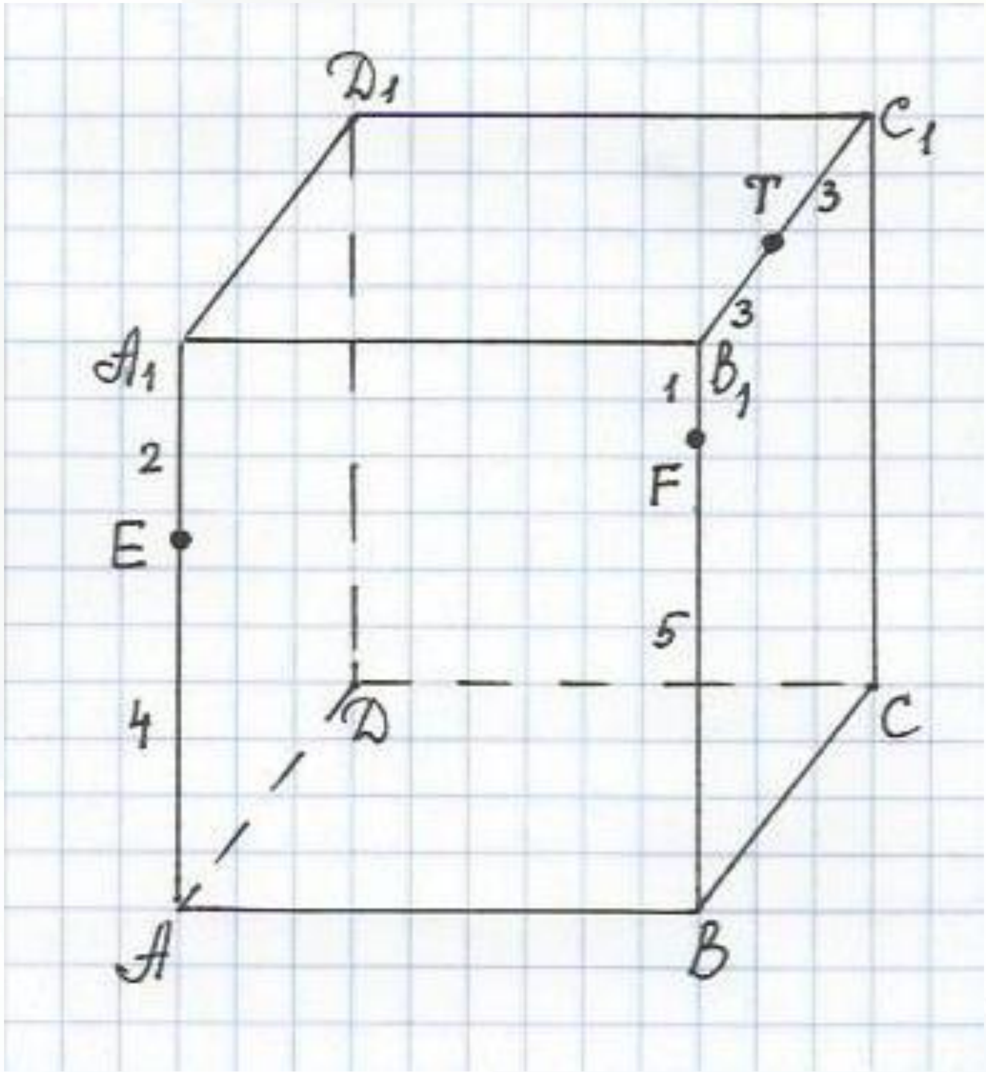
Метод координат

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E:EA = 1:2$, на ребре BB_1 – точка F так, что $B_1F:FB = 1:5$, а точка T – середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.

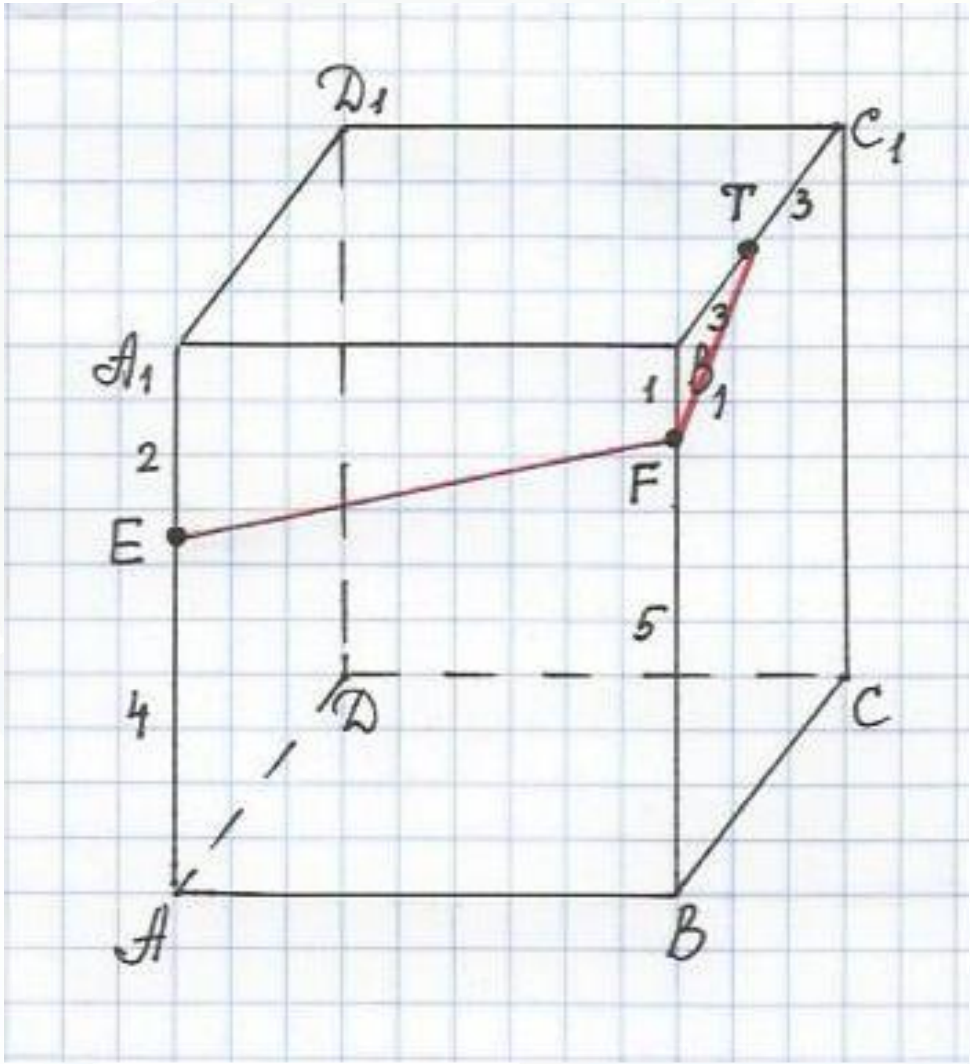
а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1.

б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1.

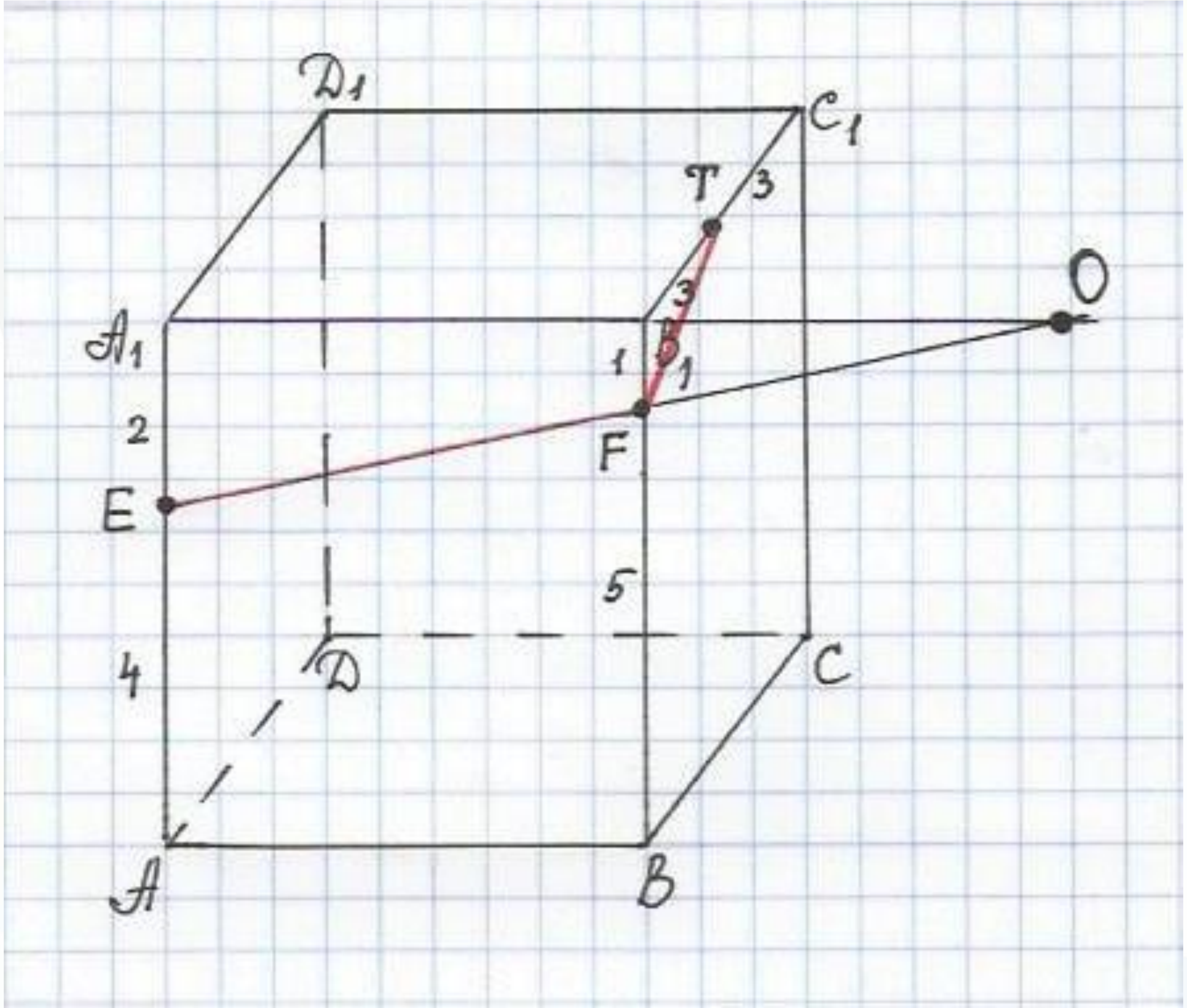
Традиционный (геометрический) метод



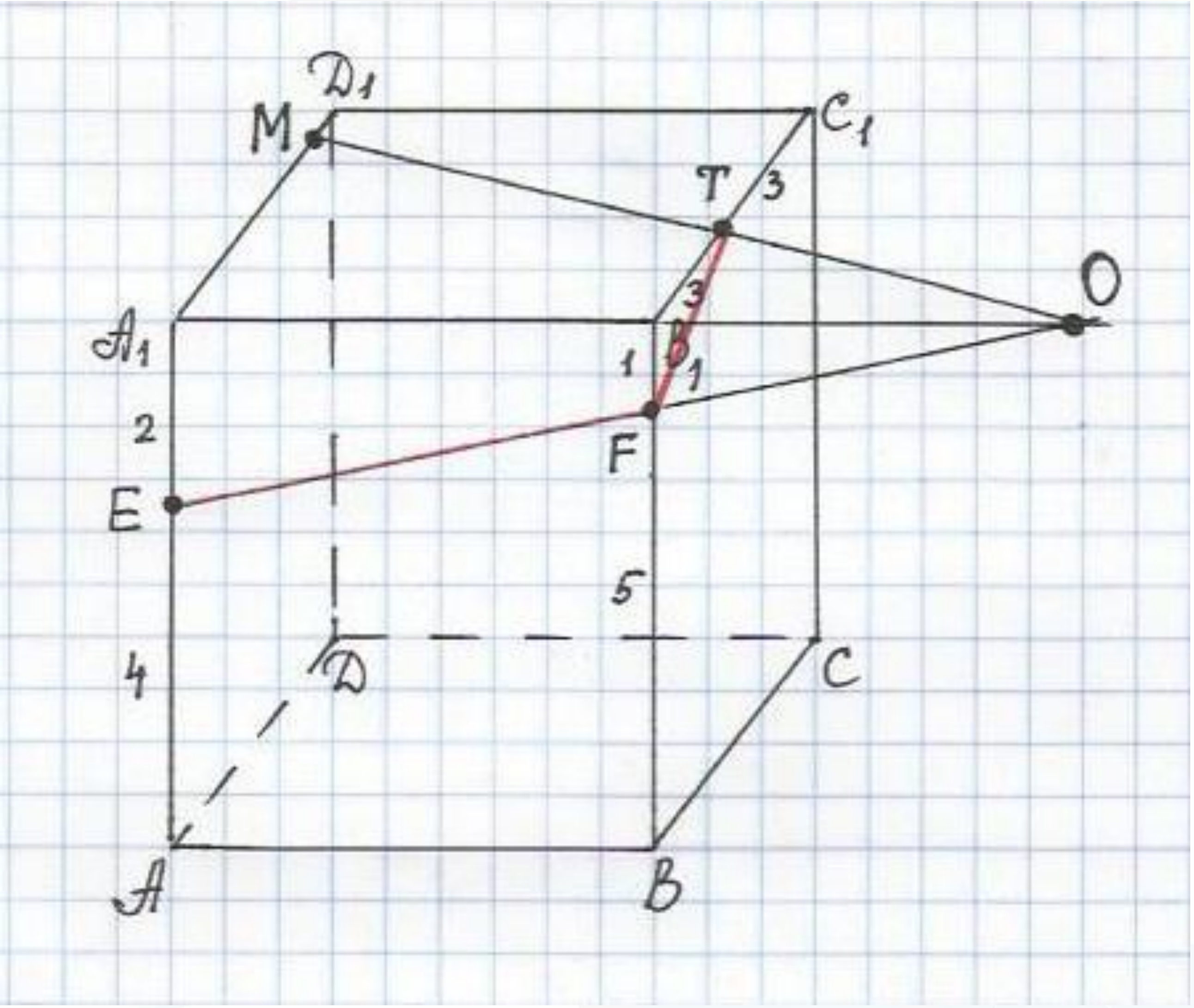
Традиционный (геометрический) метод



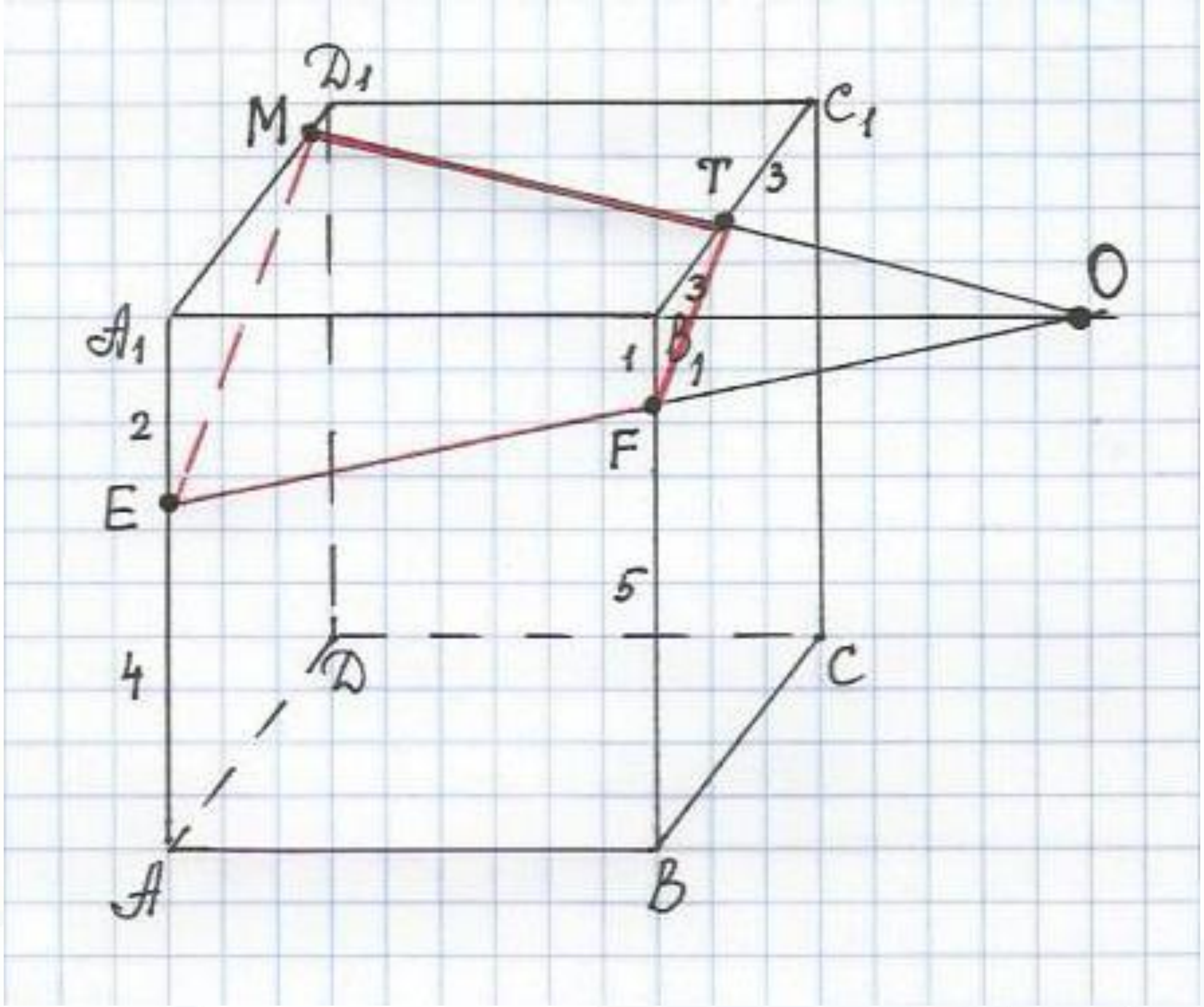
Традиционный (геометрический) метод



Традиционный (геометрический) метод

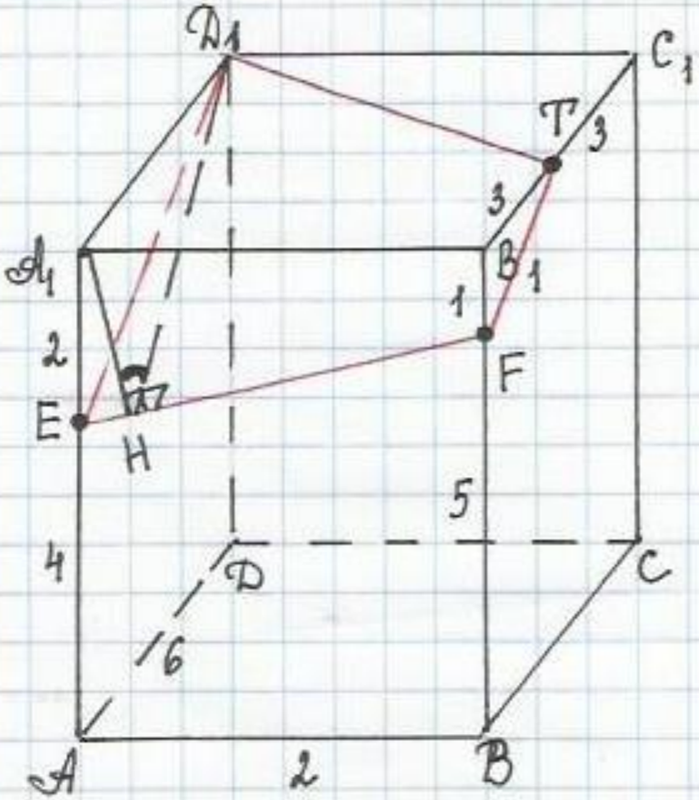


Традиционный (геометрический) метод



Традиционный (геометрический) метод

б) Найти $\widehat{(EFT),(AA_1B_1)}$



Плоскости пересекаются прямой EF. Для этого необходимо два $\perp$, один в пл-ти EFT, второй в пл-ти AA_1B_1.

Проведём $A_1H \perp EF$. Проведём D_1H.

По теор. о 3х $\perp$ $D_1H \perp EF$: т.к. $A_1D_1 \perp (A_1AB_1)$ и $AH \perp EF$, D_1H – проекция A_1H на (AA_1B_1).

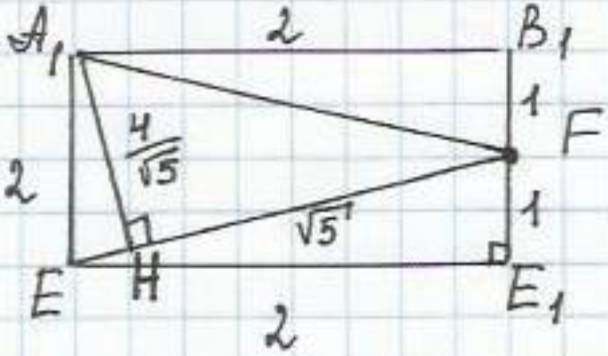
$\angle A_1HD_1$ – искомый.

Рассмотрим $\triangle A_1D_1H$ прямоугольный: $A_1D_1 = 6$, найдём A_1H.

Проведём $EE_1 \parallel A_1B_1$

Традиционный (геометрический) метод

Проведём $EE_1 \parallel A_1B_1$



Из $\triangle EFE_1$: $EF = \sqrt{5}$

$S_{A_1B_1E_1E} = 4$

$S_{\triangle A_1FE} = 4 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1$

$S_{\triangle A_1FE} = 2$

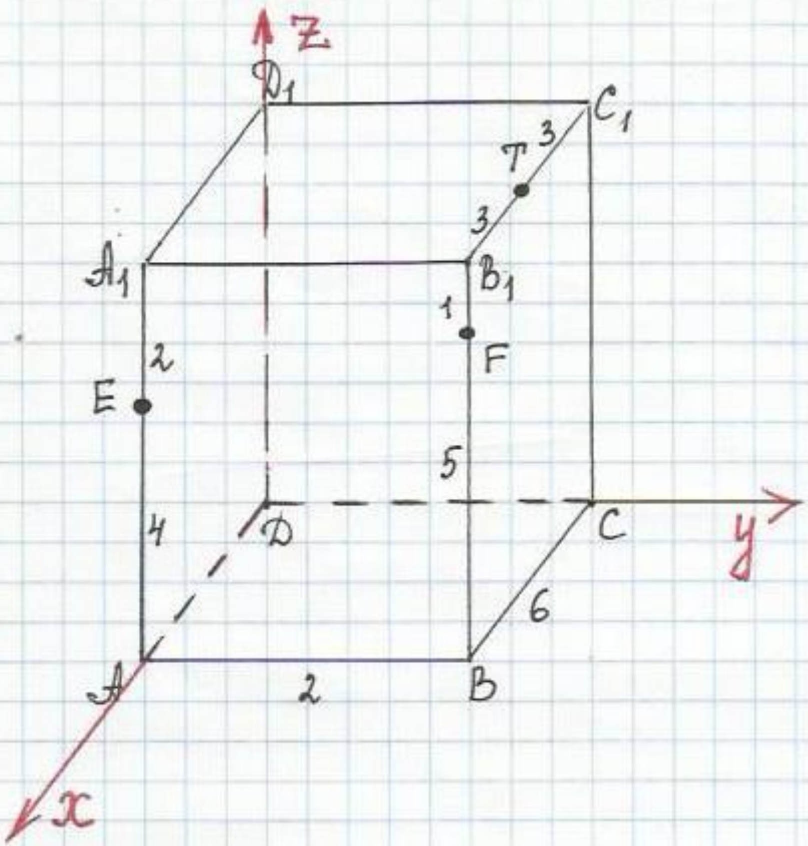
$S_{\triangle A_1FE} = \frac{1}{2} EF \cdot A_1H$; $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot A_1H = 2$; $A_1H = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Рассмотрим $\triangle A_1D_1H$: $A_1D_1 = 6$; $A_1H = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$\operatorname{tg}\angle A_1HD_1 = \frac{A_1D_1}{A_1H}$; $\operatorname{tg}\angle A_1HD_1 = 6\cdot\frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$;

$\angle A_1HD_1 = \operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Метод координат



а) Введём прямоугольную систему координат, так что $D(0;0;0)$

Напишем ур-е пл-ти EFT:

$E(6;0;4)$; $F(6;2;5)$

$T(3;2;6)$

$$\begin{vmatrix} x-6 & y & z-4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$2x-3y+6z-36=0$
ур-е (EFT).

$D_1(0;0;6)$

$2\cdot 0-3\cdot 0+6\cdot 6-36=0$

$0=0 \Rightarrow$

$D_1 \in (EFT)$.

Метод координат

б) Напишем ур-е пл-ти (AA_1B):

$A(6;0;0)$ $A_1(6;0;6)$; $B(6;2;0)$.

$$\begin{vmatrix} x-6 & y & z \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0; \quad -12(x-6)=0; \quad x-6=0 \text{ – ур-е } (AA_1B)$$

$\vec{n}\{2;-3;6\}$ – коорд. вектора нормаль к плоскости EFT.

$\vec{m}\{1;0;0\}$ – коорд. вектора нормаль к плоскости AA_1B

$$\cos(\vec{n} \hat{\ } \vec{m}) = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{m}|}{\sqrt{\vec{n}}\cdot\sqrt{\vec{m}}}.$$

$$\cos(\vec{n} \hat{\ } \vec{m}) = \frac{|2\cdot 1+(-3)\cdot 0+6\cdot 0|}{\sqrt{4+9+36}\cdot\sqrt{1+0+0}} = \frac{2}{7}$$

$$(EFT)\hat{\ }(AA_1B) = \vec{n}\hat{\ }\vec{m} = \arccos\frac{2}{7}.$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!