

МАОУ СОШ №133 г.Екатеринбург

Автор: Загорская Л.В.

ЗАДАНИЯ 21 И 22 ОГЭ МАТЕМАТИКА

«Ошибки, которых можно избежать при оформлении заданий из
второй части ОГЭ по математике»





ЗАДАНИЯ ЧАСТИ 2

Цель: проверка владения материалом на повышенном и высоком уровнях.

Основное назначение :

- Дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки,
- Выявить наиболее подготовленных обучающихся, составляющих потенциальный контингент профильных классов.

Задания части 2 направлены на проверку качеств математической подготовки:



- Уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом;
- Умение решать комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса математики;
- Умение решать планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии;
- Умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- Владение широким спектром приёмов и способов рассуждений;

Требования к выполнению заданий части 2:

Решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений обучающегося.

Оформление решения должно обеспечивать выполнение требований спецификации, а в остальном может быть произвольным.

Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).

Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.



Система оценивания заданий с развёрнутым ответом

Балл	Критерий
2 балла	Выбрал верный путь решения
2 балла	Из письменной записи решения понятен ход его рассуждений,
2 балла	Получен верный ответ.
1 балл	Если в решении допущена ошибка не принципиального характера (вычислительная, погрешность в терминологии или символике и др.), не влияющая на правильность общего хода решения

Все задачи №21 можно разбить на следующие виды:

- на движение,
- на работу,
- на сплавы и смеси

Арифметическая ошибка – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения или деления. К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Критерии оцеенивания выполнения задания 21	
Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Типичные ошибки: Задание 21

1. Место нахождения скорости сближения при встречном движении – сумма, пишут разность;
2. Перевод единиц измерения;
3. Неправильные формулы;
4. Отсутствие перехода от расстояния пройденного поездом к длине поезда;
5. Нет краткой записи (схемы, таблицы, единиц измерения);
6. Приближенные значения;
7. Вычислительные ошибки (сокращение дробей).

Решение задачи.

При решении любой задачи необходимо либо сделать полное объяснение составления уравнения или заполнить таблицу, обязательно прописывая измерения величин.

При решении задачи с помощью дробно-рационального уравнения обязательно нужно указать ОДЗ.

При решении задачи с помощью квадратного уравнения обязательно нужно прописать нахождение корней (решить данное уравнение).

При решении квадратного уравнения в задачах, с помощью теоремы Виета, необходимо проверить, действительно ли эти числа являются корнями данного уравнения.

При решении задач, связанных с нахождением средней скорости, нельзя брать расстояние за единицу (нужно ввести переменную S). Эта ошибка заключается в том, что расстояние измеряется в км, а введённая единица размерности не имеет.

Математическая модель

Математическая модель необходима для систематизации и упрощения материала условия, прописанного в формате текста.

Представить условие текстовой задачи можно в виде схемы, чертежа или таблицы.

В таблице должны быть указаны все необходимые обозначения: переменные, математические символы, единицы измерения;

Строки и столбцы должны быть все заполнены верно.

Требования к оформлению текстовой задачи на движение или работу:

1. Написать отдельно, что мы берём за переменную.
2. Заполнить таблицу.
3. Необходимо написать какие величины сравниваются, чтобы было понятно, откуда появилось уравнение.
4. После этого составить уравнение и решить его правильно.
5. Записать ответ.

Решение оценивается в 1 балл:

- Допущена вычислительная ошибка или описка, но с ее учетом решение доведено до конца.
- Не найдено ОДЗ или допущена ошибка в ОДЗ.
- Нет проверки корней, если это не привело к неверному результату.
- Нет единиц измерения.
- Если все решил верно, но не выписал ответ.
- В задаче на движение выписал 2 скорости в ответ вместо одной.
- Графическое решение приведено без достаточного обоснования.

0 баллов:

- Нет обоснования к уравнению.
- Нет нигде единиц измерения.
- Решение не доведено до конца.
- Имеется более одной вычислительной ошибки или описки.
- В ответ записана не та величина.
- Найден только один корень уравнения.

Задание 22. Пример 2. Работа 3

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
Ответ: 18 км/ч.

	v	t	S
по теч	$x+4$	$\frac{77}{x+4}$	77
пр теч	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

$$0 \text{ и } 3: x \neq 4; x \neq -4$$

$$77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

$$\text{Ответ: } 18$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

© все права защищены

1) Не прописано, что взяли за X

2) Не прописаны единицы измерения в таблице,

3) Не прописана формула для t

4) Не понятно откуда взяли число 2,

5) На каком основании - 18 не прописали в ответ,

6) Нет единиц измерения в ответе

Задача на работу

На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

Решение.

Предположим, что ученик делает x деталей в час, $x > 0$. Тогда мастер делает $x + 4$ детали в час. Составим таблицу по данным задачи:

	Производительность (дет/ч)	Время (ч)	Объём работ (дет)
Ученик	x	$\frac{231}{x}$	231
Мастер	$x + 4$	$\frac{462}{x + 4}$	462

Так как ученик потратил на работу на 11 часов больше, можно составить уравнение:

$$\frac{231}{x} - \frac{462}{x+4} = 11.$$

$$x \neq 0$$

$$x+4 \neq 0$$

$$x \neq -4$$

Решим уравнение, предварительно разделив обе части на 11:

$$\frac{21}{x} - \frac{42}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{21x+84-42x}{x(x+4)} = 1 \Leftrightarrow_{x>0} 84-21x-x(x+4)=0 \Leftrightarrow x^2+25x-84=0.$$

Корни полученного квадратного уравнения: -28 и 3. Отбрасывая отрицательный корень, находим, что ученик делает в час 3 детали.

Ответ: 3.

«Должны быть решения квадратных уравнений, а не просто записанные корни»

Семенов Андрей Викторович к.пед.н., ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

Задачи на сплавы и смеси

Могут решаться либо без введения переменной, либо с переменной.

Если задача решается **без переменной**, то необходимо прописывать свои мысли: что откуда берётся, как проводятся вычисления, почему мы решаем именно так.

Если задача **с переменной**, то действовать нужно таким же образом, что и в решении задач на работу и движение:

- вводим переменную,
- заполняем таблицу,
- составляем уравнение.

ЗАДАЧА. Свежие фрукты содержат 87% воды, а высушенные — 22%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 49 кг высушенных фруктов?

Фрукты	Вода, %	Питательное вещество, %	Питательное вещество	Масса, кг	Количество питательного вещества, кг
свежие	87	100 - 87 = 13	13/100 = 0,13	x	0,13 · x
высушенные	22	100 - 22 = 78	78/100 = 0,78	49	0,78 · 49

Пусть x кг - количество свежих фруктов.
Количество питательного вещества в свежих и сушеных фруктах одинаково.
Составим и решим уравнение:
 $0,13 \cdot x = 0,78 \cdot 49$
 $x = 6 \cdot 49$
 $x = 294$
Ответ: 294 кг.

,

ЗАДАЧА. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Пусть x кг - масса первого сплава.

$5\% = 5/100 = 0,05$; $13\% = 0,13$

сплав	масса, кг	концентрация	масса меди, кг
1 сплав	x	0,05	$0,05x$
2 сплав	$x + 4$	0,13	$0,13(x + 4)$
3 сплав	$x + x + 4 = 2x + 4$	0,1	$0,1(2x + 4)$

Решение. В третьем сплаве масса меди равна сумме масс меди в первом и втором сплаве

Составим уравнение: $0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4)$

$0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4) \quad | \cdot 100;$

$5x + 13(x + 4) = 10(2x + 4)$

$5x + 13x + 52 = 20x + 40$

$5x + 13x - 20x = 40 - 52$

$-2x = -12$

$x = -12 : (-2)$

$x = 6$ (кг).

Масса третьего сплава: $2x + 4 = 2 \cdot 6 + 4 = 16$ (кг)

Ответ: 16 кг

Задание №22

Умение строить и читать графики функций

Графики, которые могут попасться в первом пункте, можно разбить на **две большие группы**:

- график элементарной функции
- кусочно-заданная функция

Если в задании достался **график элементарной функции**:

- 1) Обязательно даём **описание**. Необходимо указать, что это за функция и что является её графиком. При отсутствии этого эксперт в праве снизить балл.
- 2) Построение графиков прямой и гиперболы необходимо проводить с таблицей, **расчёты** должны быть видны.

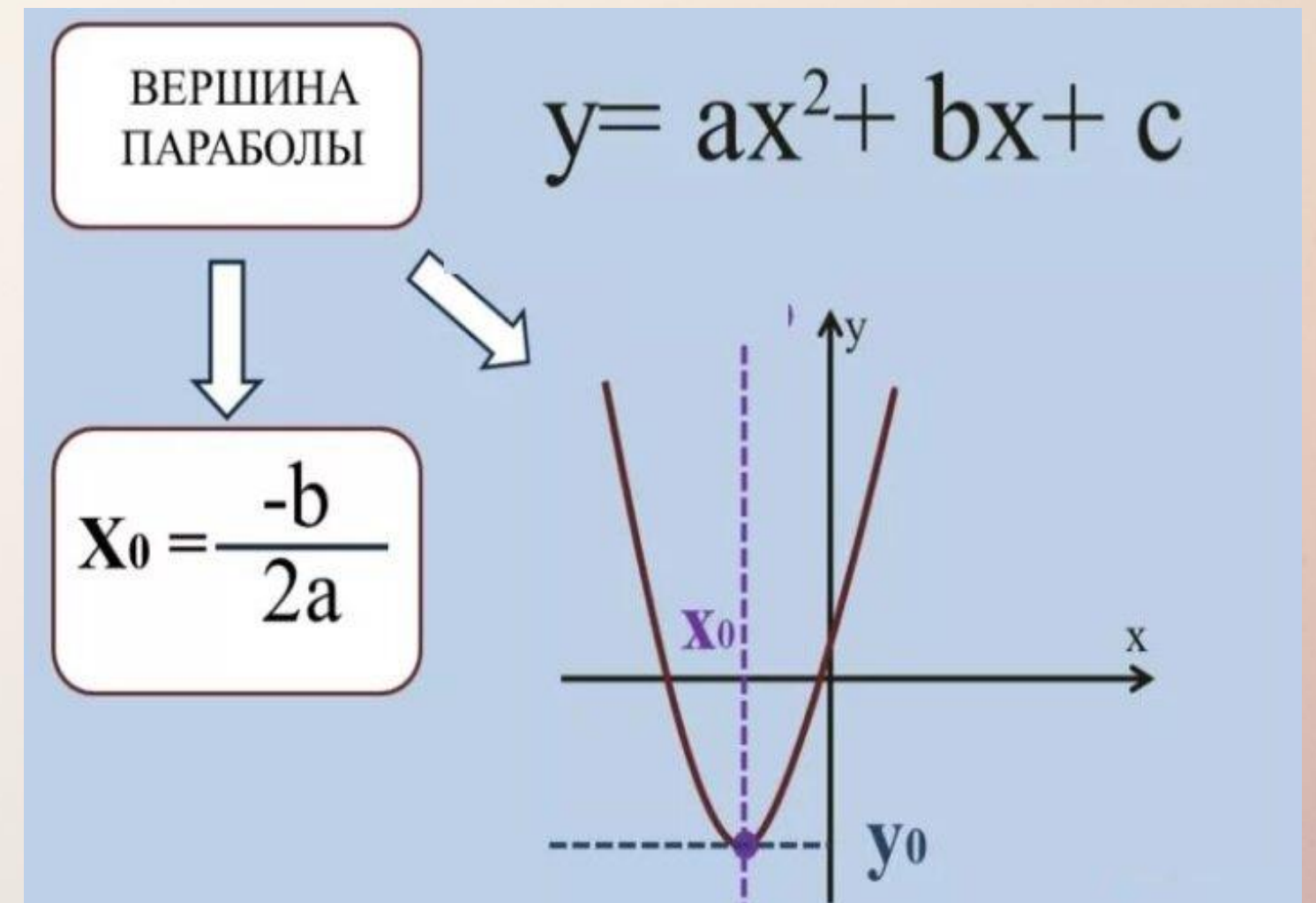
Парабола

В случае с параболой ученик может работать **с таблицей**:

- обязательно отдельно нужно провести поиск координат вершины и в таблице уже отыскать дополнительные точки

Через **выделение полного квадрата**:

- в этом случае необходимо описать словами, что график получен из параболы путём смещения на n единиц по осям Ox и Oy .



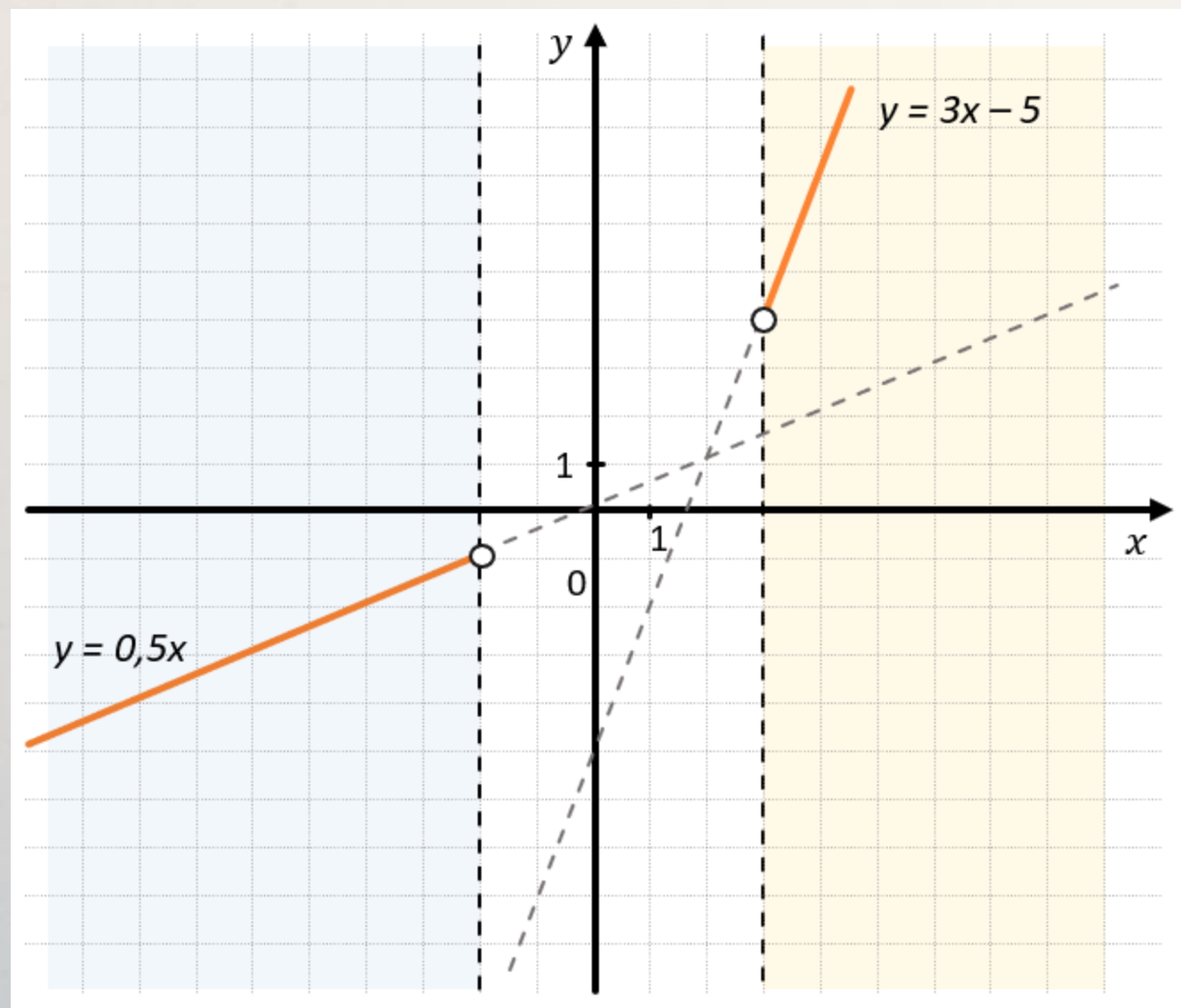
Дробно - рациональная функция

Если в задании досталась дробно-рациональная функция, где дробь сокращается, то нужно **прописать** как преобразовывали это дробное выражение.

Показать, как раскладывали на множители, описать преобразования, и не забываем написать название функции, графика и чему не равен x .

Например, графиком является парабола с выколотой точкой $A(x, y)$. Выколотая точка должна быть просчитана и подписана как выколотая, иначе это может стать причиной для снижения балла.

Если функция кусочная:



- Каждый отдельный кусочек строится по **тем же** требованиям: написать названия графиков, как они строились, какие были ограничения и как это повлияло на новый график.
- Очень важно **просчитать точку стыка!** Её вычисления должны находиться в таблице.

При построение графика указываем название и направление осей координат, начало координат, единичный отрезок, подписываем график.

В случае, если ученик строит функцию, полученную сдвигом другой функции на n единиц по осям OX и OY необходимо прописать весь алгоритм построения.

При выполнении второй части задания:

- Характеризуем прямую, которая дана во второй части задания.
- Рассматриваем все значения параметра: прописываем как меняется количество общих точек графика и прямой в зависимости от него. В ответ фиксируем значение, о котором спрашивается в задании.

Типичные ошибки: Задание 22

1. При построении графика функции обязательно должны быть прорисованы хотя бы пять контрольных точек, чтобы был виден четкий характер рисунка.
2. Самая распространённая и недопустимая ошибка.: слева или справа график обрывается заштрихованной точкой, а в области определения ограничения нет.
3. И самое главное. Нельзя забывать про область определения. Выколотые точки – это главные точки графика. Иначе, ноль баллов

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$$

1) Заметим, что знаменатель не может быть равен нулю: $(x-3)(x+2) \neq 0$

$$\left. \begin{array}{l} x-3 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x \neq 3 \\ x \neq -2 \end{array} \right\}$$

2) Преобразуем числитель: $x^4 - 13x^2 + 36$

Найдём корни ур-ия: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Пусть $x^2 = t$: $t^2 - 13t + 36 = 0$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 25 = 5^2$$

$$t_1 = \frac{13-5}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{13+5}{2 \cdot 1} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t^2 - 13t + 36 = (t-4)(t-9)$$

Обратная замена: $(x^2-4)(x^2-9) =$

$$= (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

3) Преобразуем ф-ию $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)} =$

$$= \frac{(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} = (x-2)(x+3) =$$

- графиком явл-ся парабола, с вершинами точками с абциссой $x=2, x=3$

$$y(-2) = (-2-2)(-2+3) = -4 \cdot 1 = -4$$

$$y(3) = (3-2)(3+3) = 1 \cdot 6 = 6$$

Вершины точки: $A(-2; -4)$

$B(3; 6)$

4) Построим график параболы $y = (x+3)(x-2)$

$y = x^2 + x - 6$, ветви направлены вверх.

Найдём вершину: $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$.

$$y_0 = y(x_0) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 6 = 0,25 - 0,5 - 6 = -6,25.$$

Пересечения с осью x : $y=0$

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$x = -3$$

$$x = 2$$

Найдём дополнительные точки:

x	0	1	-1	-2	3
y	-6	-4	-6	-4	6

$$y(1) = 1^2 + 1 - 6 = -4$$

$$y(-1) = (-1)^2 - 1 - 6 = -6$$

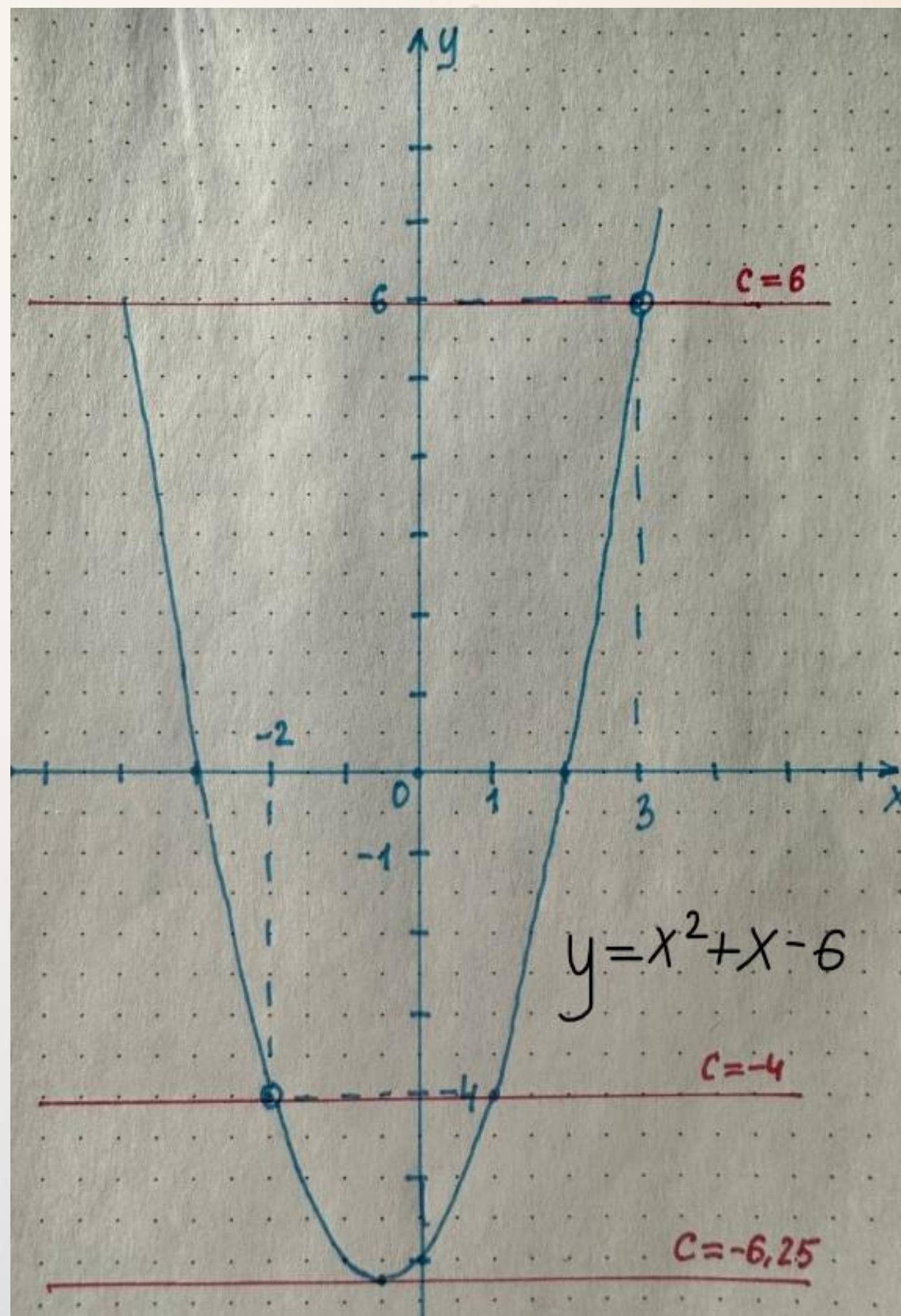
$$y(-2) = (-2)^2 - 2 - 6 = 4 - 2 - 6 = -4.$$

5) Прямая $y=c$ задает множество прямых, параллельных оси x , где c — константа.

Из построенного графика:

- при $c < -6,25$ прямая не имеет с графиком общих точек;
- при $c = -6,25$ — одна общая точка;
- при $-6,25 < c < -4$ — две общие точки;
- при $c = -4$ — одна общая точка;
- при $-4 < c < 6$ — две общие точки;
- при $c = 6$ — одна общая точка;
- при $c > 6$ — две общие точки.

Ответ: $-6,25; -4; 6$



Спасибо за внимание!