

**ЛРМ-1а. Определение радиуса
Земли с помощью нахождения
расстояния видимости
морского маяка**

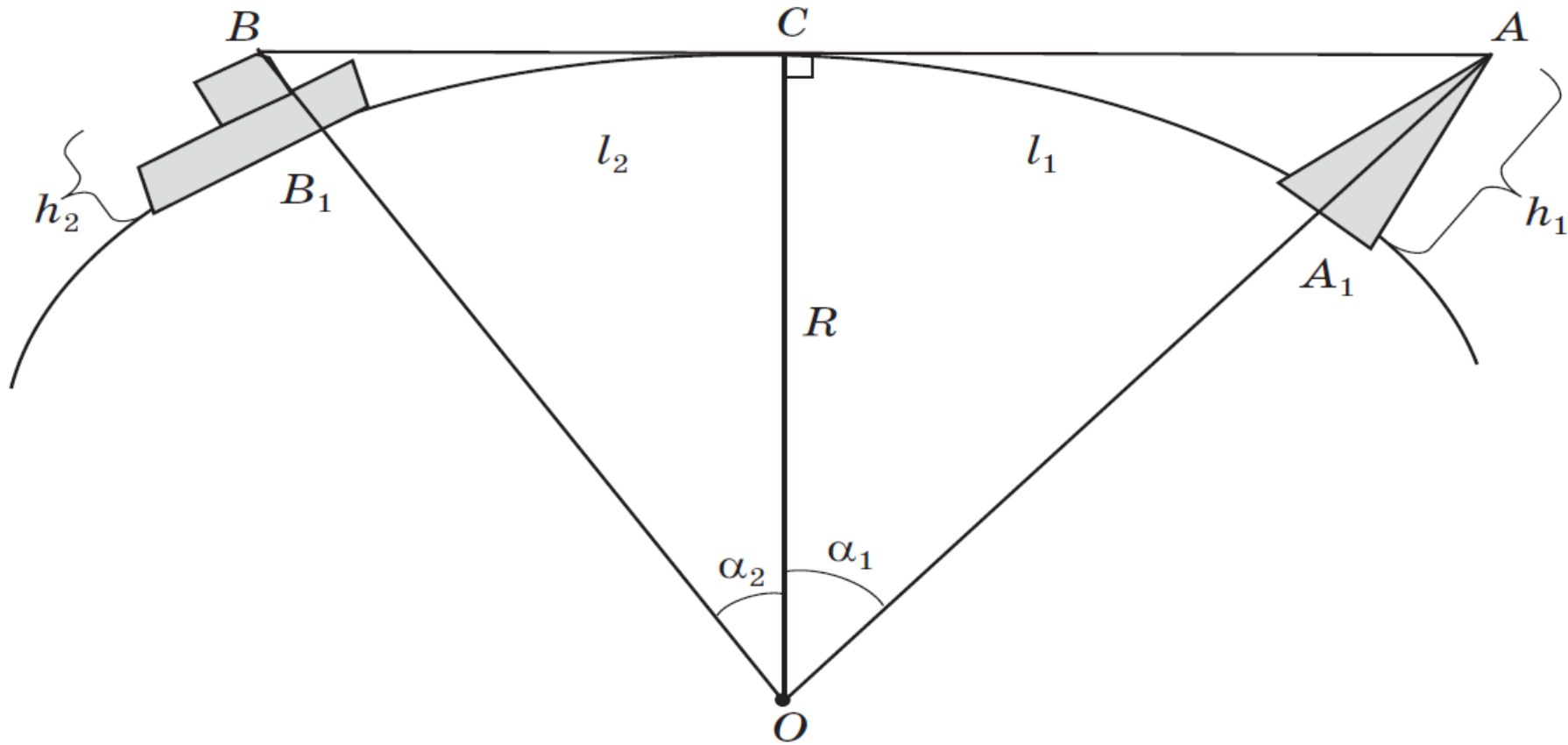
Цель работы: Вычислить радиус глобуса.

Оборудование: Линейка, глобус, макеты корабля и маяка.

Справочный материал: для выполнения работы вам следует ознакомиться с решением представленной ниже задачи.

Задача: К морскому маяку с высотой огня над уровнем моря h_1 подплывает судно с высотой рубки над уровнем моря h_2 . Найдите расстояние l видимости маяка и по этим данным оцените радиус Земли – R .

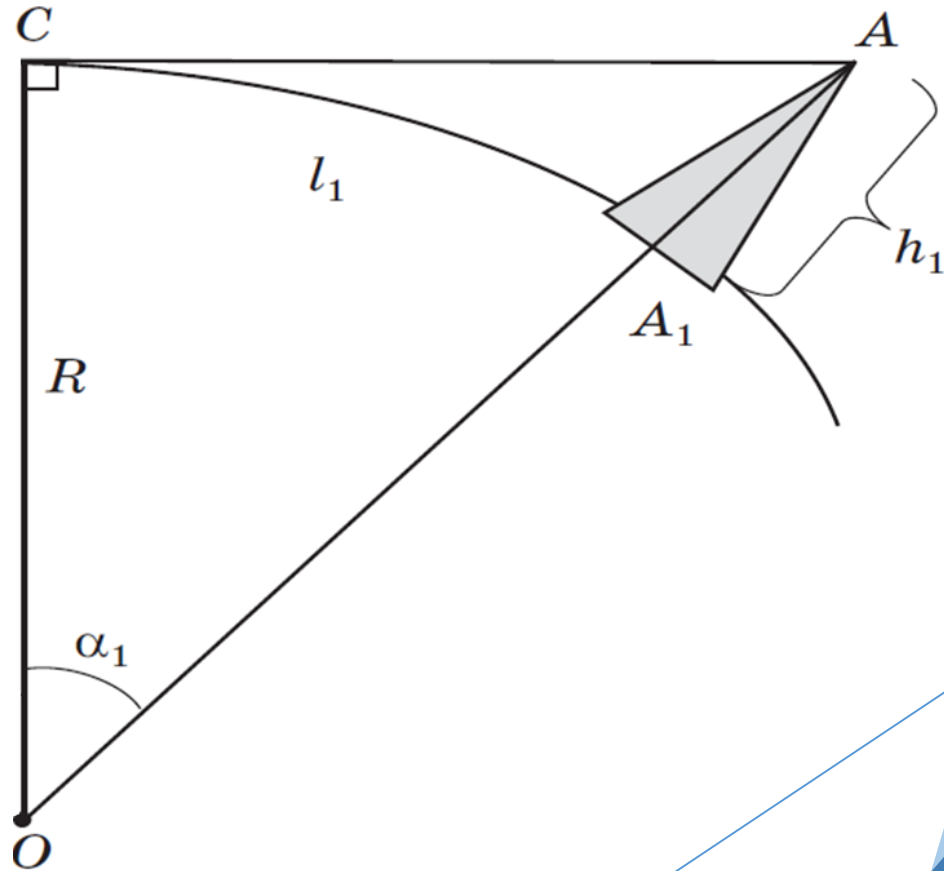
Схема задачи:



Решение:

Пусть l_1 и l_2 – длины дуг CA_1 и CB_1 . Рассмотрим прямоугольный треугольник ACO . Для него выведем следующие соотношения:

$$\begin{cases} \frac{R}{R + h_1} = \cos \alpha_1 \\ l_1 = R\alpha_1. \end{cases}$$



Решим систему:

$$\begin{cases} \frac{R}{R + h_1} = \cos \alpha_1 \\ l_1 = R\alpha_1. \end{cases}$$

так как $\alpha \ll 1$, то с весьма малой погрешностью можно принять:

$$\cos \alpha_1 \approx 1 - \frac{1}{2} \alpha_1^2$$

откуда после несложных преобразований получаем квадратное уравнение относительно радиуса Земли R:

$$2h_1 R^2 - l_1^2 R - l_1^2 h_1 = 0$$

Дискриминант уравнения:

$$D = l_1^4 \left(1 + 8 \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2 \right) > 0$$

Найдём имеющий смысл положительный корень:

$$R_1 = \frac{l_1^2}{4h_1} \left[1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2} \right]$$

Так как $h_1 \ll l_1$, величиной $8 \cdot \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2$ можно пренебречь.

Получим для радиуса Земли приближённое, но вполне пригодное для практических вычислений соотношение:

$$R = \frac{l_1^2}{2h_1}$$

Для длины дуги CA_1 имеем:

$$l_1 = \sqrt{2Rh_1}$$

Аналогично, рассмотрев прямоугольный треугольник BCO , для длины дуги CB_1 получим:

$$l_2 = \sqrt{2Rh_2}$$

Общая длина l пути между кораблем и маяком можно вычислить как:

$$l = l_1 + l_2 = \sqrt{2R} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})$$

Таким образом радиус Земли R можно вычислить как:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2$$

Однако стоит учесть следующее: рефракцию света от поверхности земли, зависимость видимости от атмосферных условий, а также другие факторы, поэтому для упрощения учтем погрешность $\varepsilon \sim 8\%$:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{(1 - \varepsilon)l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2$$

Ответ:

Радиус Земли R можно вычислить по формуле

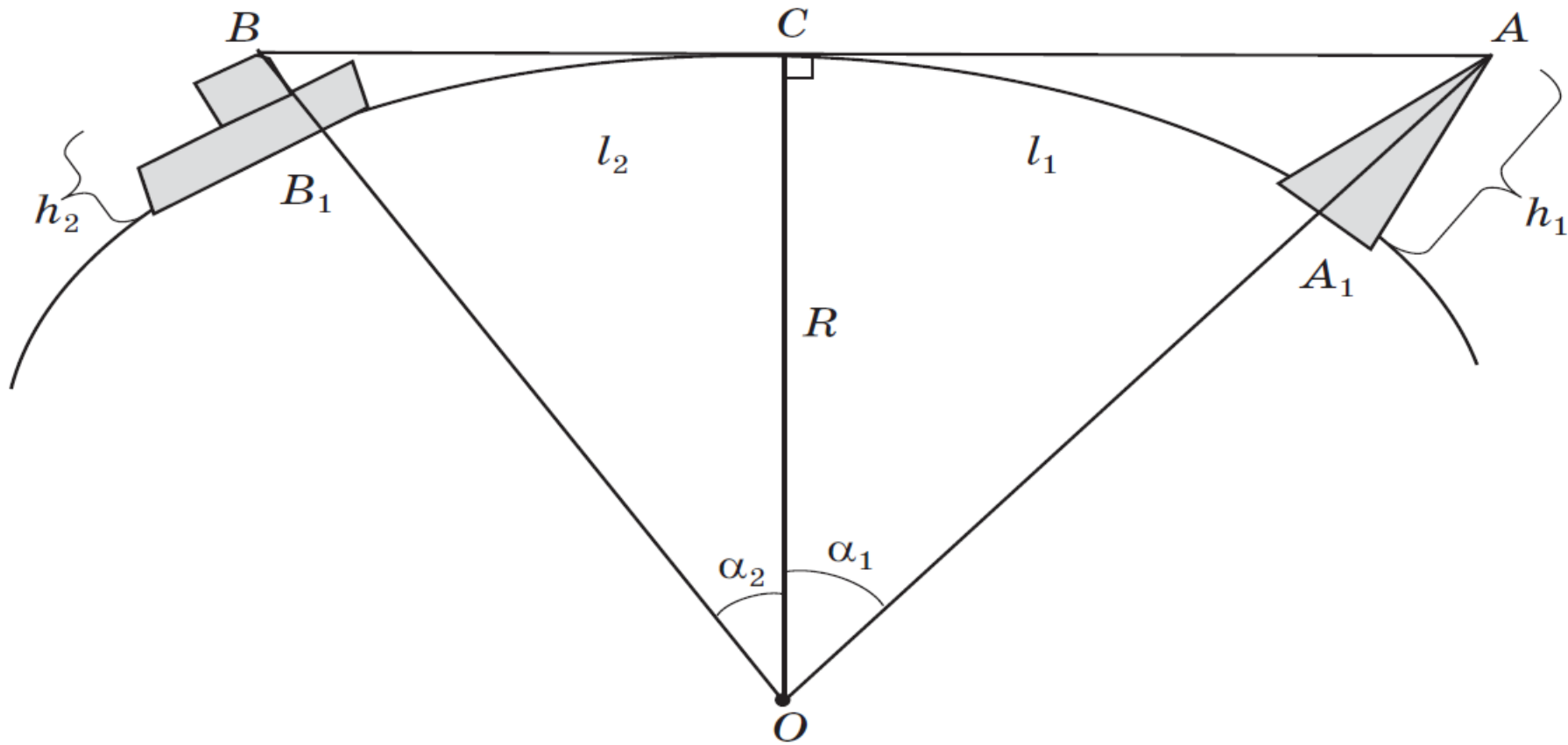
$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{(1-\varepsilon)l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2,$$

где погрешность $\varepsilon \approx 8\%$.

Лабораторная работа

Ход работы:

Этап 1. Зарисуйте схему в тетради.



Этап 2. Измерьте величины l , h_1 , h_2 , рассчитайте R (см. формулу из задачи) и внесите данные в таблицу.

l , см	h_1 , см	h_2 , см	$R_{\text{гл}}$, см

Примечание 1. Для нахождения радиуса используйте следующую формулу (её происхождение описано в ранее разобранный задаче):

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{(1 - \varepsilon)l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2.$$

Примечание 2. Значение величины ε стоит принять за 8%.

Этап 3. Используя масштаб глобуса и его радиус $R_{\text{гл}}$ вычислите радиус Земли $R_{\text{з}}$.

На каждом глобусе присутствует его масштаб в виде 1:K, это означает, что в 1 см на глобусе K см на Земле. Радиус Земли принято измерять в км, поэтому требуется перейти от см к км, в одном км 100000см, по этому нужно K разделить на 100000, из чего следует, что радиус Земли определяется как:

$$R_{\text{з}} = R_{\text{гл}} \cdot \frac{K}{100000}$$

Этап 4. Используя масштаб глобуса и его радиус $R_{\text{гл}}$ вычислите радиус Земли R_3 .

Сравните полученное значение радиуса Земли со средним планетарным значением. Найдите величину отклонения расчетов от реального значения, используя формулу:

$$R_{\Delta} = \left(\frac{R_3}{R_{\text{ср}}} - 1 \right) \cdot 100\% .$$

Примечание 3. Средний планетарный радиус Земли

$$R_{\text{ср}} = 6370 \text{ км}.$$

Вывод:

В выводе укажите:

1. Выполнена ли цель работы, какие данные вы использовали и какие получили по итогу.
2. Также, исходя из полученного значения величины отклонения от среднего планетарного радиуса земли оцените, допустимо ли использовать данный метод для определения радиуса шаров, а также попробуйте обосновать своё мнение.