

ЛРМ-1а. Определение радиуса Земли с помощью нахождения расстояния видимости морского маяка

Цель работы: вычислить радиус глобуса.

Оборудование: Линейка, глобус, макеты корабля и маяка.

Справочный материал: для выполнения работы вам следует ознакомиться с решением представленной ниже задачи.

Задача: к морскому маяку с высотой огня над уровнем моря h_1 подплывает судно с высотой рубки над уровнем моря h_2 . Найдите расстояние l_2 видимости маяка и по этим данным оцените радиус Земли – R .

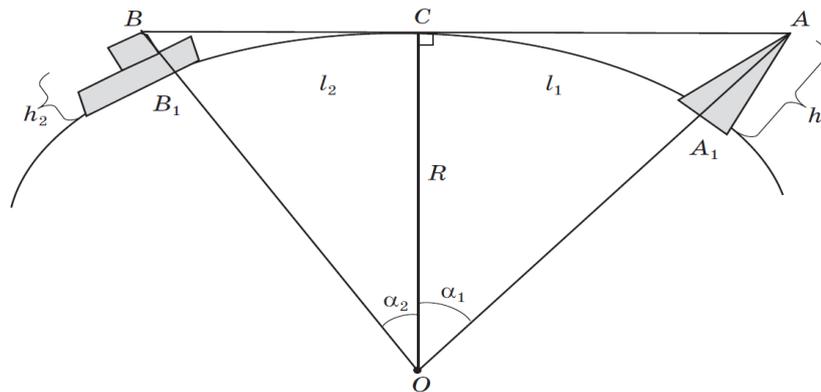


Рисунок 1 – Схема задачи

Решение: пусть l_1 и l_2 – длины дуг CA_1 и CB_1 . Рассмотрим прямоугольный треугольник ACO . Для него выведем следующие соотношения:

$$\begin{cases} \frac{R}{R + h_1} = \cos \alpha_1 \\ l_1 = R\alpha_1 \end{cases} \quad (1)$$

Так как $\alpha \ll 1$, то с весьма малой погрешностью можно принять:

$$\cos \alpha_1 \approx 1 - \frac{1}{2}\alpha_1^2 \quad (2)$$

откуда после несложных преобразований получаем квадратное уравнение относительно радиуса Земли R :

$$2h_1R^2 - l_1^2R - l_1^2h_1 = 0 \quad (3)$$

Дискриминант уравнения:

$$D = l_1^4 \left(1 + 8 \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2 \right) > 0 \quad (4)$$

Найдём имеющий смысл положительный корень:

$$R_1 = \frac{l_1^2}{4h_1} \left(1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2} \right) \quad (5)$$

Так как $h_1 \ll l_1$, то величиной $8 \cdot \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2$ можно пренебречь. Получим для радиуса Земли приближённое, но вполне пригодное для практических вычислений соотношение:

$$R = \frac{l_1^2}{2h_1} \quad (6)$$

Для длины дуги CA_1 имеем:

$$l_1 = \sqrt{2Rh_1} \quad (7)$$

Аналогично, рассмотрев прямоугольный треугольник BCO , для длины дуги CB_1 получим:

$$l_2 = \sqrt{2Rh_2} \quad (8)$$

Общая длина l пути между кораблем и маяком можно вычислить как:

$$l = l_1 + l_2 = \sqrt{2R} \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \quad (9)$$

Таким образом радиус Земли R можно вычислить как:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2 \quad (10)$$

Однако стоит учесть следующее: рефракцию света от поверхности земли, зависимость видимости от атмосферных условий, а также другие факторы, поэтому для упрощения учтем погрешность $\varepsilon \sim 8\%$:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{(1 - \varepsilon)l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2 \quad (11).$$

Ответ:

Радиус Земли R можно вычислить по формуле 11, где h_1 – высота огня маяка над уровнем моря, h_2 – высота корабля над уровнем моря, l – расстояние видимости маяка погрешность $\varepsilon \approx 8\%$.

Ход работы:

Этап 1. Зарисуйте схему и запишите формулы 1, 3, 11 из задачи в тетради.

Этап 2. Измерьте величины l , h_1 , h_2 , рассчитайте $R_{\text{гл}}$ (см. формулу из задачи) и внесите данные в таблицу.

l , см	h_1 , см	h_2 , см	$R_{\text{гл}}$, см

Этап 3. Вычислите $R_{\text{гл}}$ по формуле 11 и, используя масштаб глобуса, вычислите радиус Земли R_3 по формуле 12.

Примечание: На каждом глобусе присутствует его масштаб в виде $1:K$, это означает, что в 1 см на глобусе K см на Земле. Радиус Земли принято измерять в км, поэтому требуется перейти от см к км, для этого нужно K разделить на 100000.

$$R_3 = R_{\text{гл}} \cdot \frac{K}{100000} \quad (12)$$

Этап 4. Сравните полученное значение радиуса Земли со средним планетарным значением. Найдите величину отклонения расчетов от реального значения, используя формулу 13 (значение величины $R_{\text{сп}}$ нужно принять за 6370 км).

$$R_{\Delta} = \left(\frac{R_3}{R_{\text{сп}}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (13)$$

$R_{\text{гл}}$	R_3	R_{Δ}

Вывод:

В выводе укажите:

1. Выполнена ли цель работы, какие данные вы использовали и какие получили по итогу.

2. Также, исходя из полученного значения величины отклонения от среднего планетарного радиуса земли оцените, допустимо ли использовать данный метод для определения радиуса шаров, а также попробуйте обосновать своё мнение.