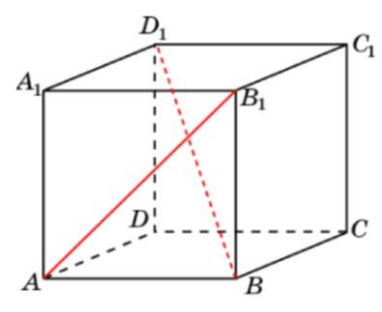
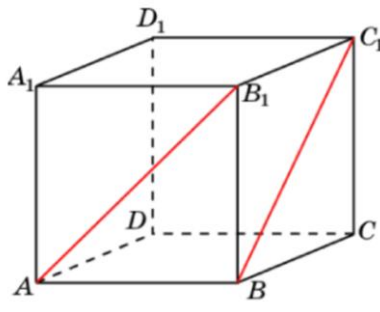
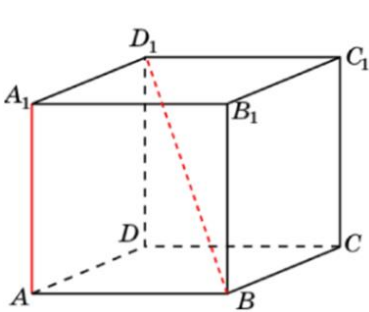
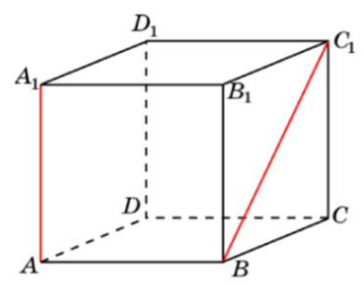
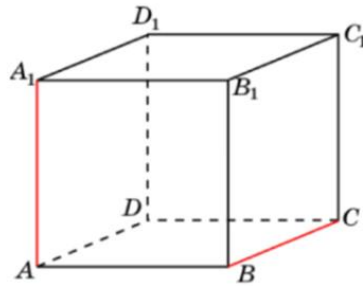
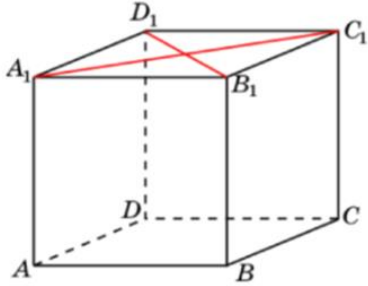


## Нахождение углов в пространстве

### В кубе

В кубе найдите углы между прямыми а)  $A_1C_1$  и  $D_1B_1$ , б)  $AA_1$  и  $BC$  в)  $AA_1$  и  $BC_1$  г)  $AA_1$  и  $BD_1$

д)  $AB_1$  и  $BC_1$



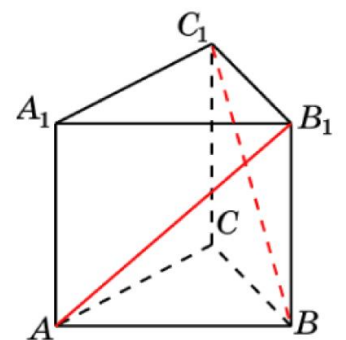
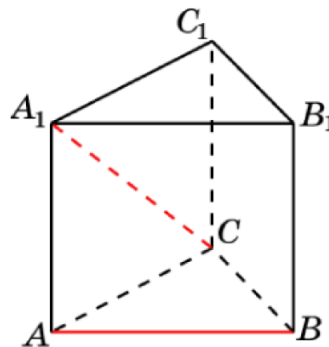
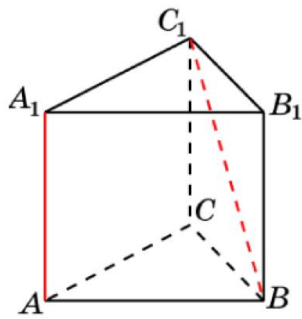
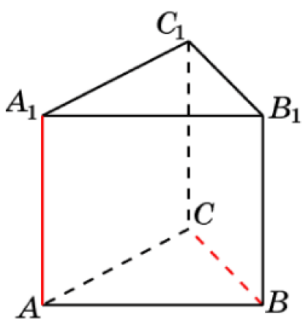
В правильной треугольной призме, все ребра которой равны 1 найти углы:

Между а)  $AA_1$  и  $BC$

б)  $AA_1$  и  $BC_1$

в)  $AB$  и  $CA_1$

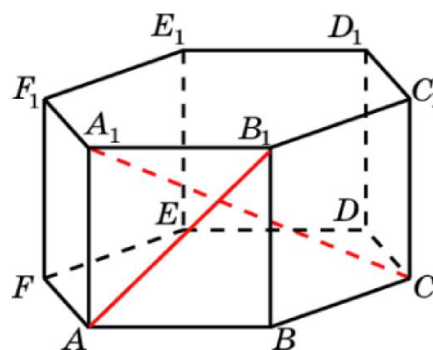
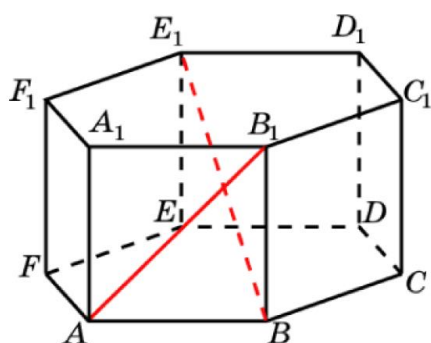
г)  $AA_1$ ,  $BE_1$



В правильной шестиугольной призме ребро основания равно  $2\sqrt{3}$ , боковое ребро равно 3. Найдите углы:

**AB<sub>1</sub>, BE<sub>1</sub>**

**AB<sub>1</sub>, CA<sub>1</sub>**



2. Дан правильный тетраэдр  $ABCD$ . Точки  $K$ ,  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $BD$ ,  $AB$  и  $AC$  соответственно. Найдите углы между прямыми: а)  $AB$  и  $CD$ ; б)  $DM$  и  $BC$ ; в)  $DM$  и  $BN$ ; г)  $AK$  и  $BN$ .

3. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ . Все рёбра пирамиды равны,  $M$  — середина бокового ребра  $SD$ . Найдите углы между прямыми: а)  $AS$  и  $BD$ ; б)  $AS$  и  $CD$ ; в)  $SA$  и  $CM$ ; г)  $SB$  и  $CM$ .

6. Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  с вершиной  $S$ . Боковое ребро вдвое больше стороны основания. Найдите углы между прямыми: а)  $SB$  и  $AF$ ; б)  $SC$  и  $AE$ ; в)  $SB$  и  $AE$ ; г)  $SB$  и  $AD$ .

2.19. В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , причём  $BC = 2AD$ , и прямым углом при вершине  $A$ . Высота пирамиды проходит через точку  $A$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $AD$  и середину  $M$  ребра  $SC$ , — прямоугольник.

б) Найдите косинус угла между прямыми  $AM$  и  $CD$ , если известно, что  $AD = AB$  и  $SA = \sqrt{3}AB$ .

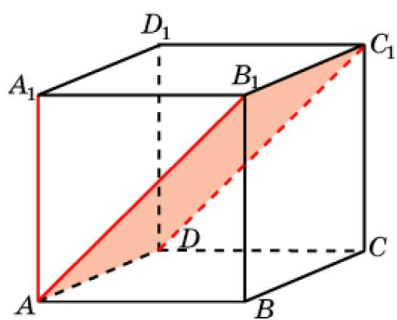
2. а)  $90^\circ$ ; б)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$ ; в)  $\arccos \frac{1}{6}$ ; г)  $\arccos \frac{2}{3}$ . 3. а)  $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$ ; г)  $\arctg \sqrt{2}$ .

6) в)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ ; г)  $\arccos \frac{1}{4}$ .

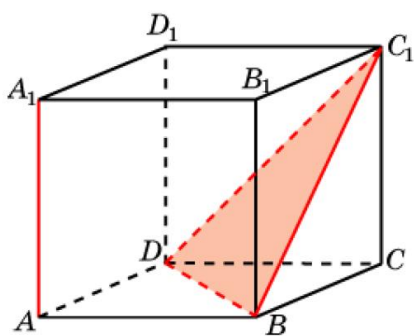
2.19 3/4

В кубе найдите углы между прямой и закрашенной плоскостью

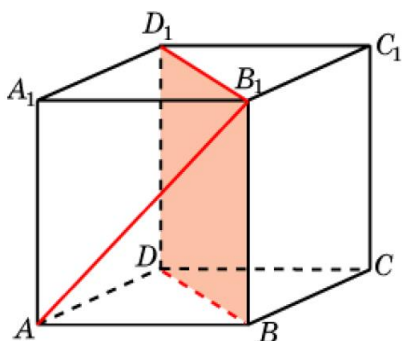
**AA<sub>1</sub> и AB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>**



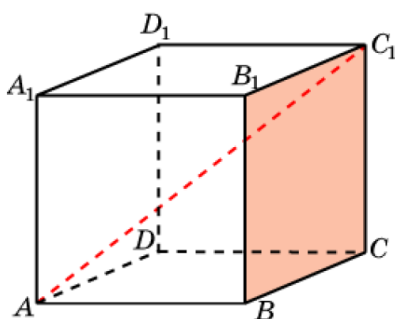
**AA<sub>1</sub> и BDC<sub>1</sub>**



**AB<sub>1</sub> и BDD<sub>1</sub>**

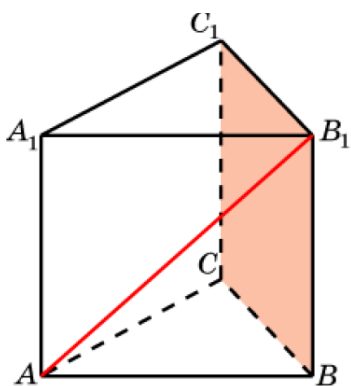


**AC<sub>1</sub> и BCC<sub>1</sub>**

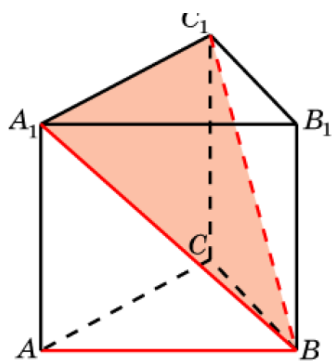


В правильной треугольной призме со стороной основания 4 и боковым ребром 6 между:

**AB<sub>1</sub> и BCC<sub>1</sub>**



**AB и A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>B<sub>1</sub>**



2. Дан правильный тетраэдр  $ABCD$ . Точки  $K$ ,  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $BD$ ,  $AB$  и  $AC$  соответственно. Найдите углы: а) между прямой  $CD$  и плоскостью  $ABD$ ; б) между прямой  $DM$  и плоскостью  $ADC$ ;

в) между прямой  $KN$  и плоскостью  $ADC$ ; г) между прямой  $BD$  и плоскостью  $KMN$ .

3. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ . Все рёбра пирамиды равны,  $M$  — середина бокового ребра  $SD$ . Найдите углы: а) между прямой  $AM$  и плоскостью  $ABC$ ; б) между прямой  $BD$  и плоскостью  $BSC$ ; в) между прямой  $BM$  и плоскостью  $ASD$ ; г) между прямой  $SA$  и плоскостью  $CSD$ .

6. Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  с вершиной  $S$ . Сторона основания равна 1, а боковое ребро равно 2. Найдите углы: а) между прямой  $BC$  и плоскостью  $ASF$ ; б) между прямой  $AB$  и плоскостью  $BSC$ ; в) между прямой  $SA$  и плоскостью  $BSC$ ; г) между прямой  $AC$  и плоскостью  $CSD$ .

5.8. Дана правильная четырёхугольная призма  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с основаниями  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Прямые  $CA_1$  и  $BM$  перпендикулярны.

а) Докажите, что диагональ основания призмы вдвое больше бокового ребра.

б) Найдите угол между прямой  $CA_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .

5.12. Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  с вершиной  $S$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $AB$  и середину высоты  $SH$  пирамиды.

б) Пусть  $K$  — точка пересечения этой плоскости с ребром  $SC$ . Найдите угол между прямой  $BK$  и плоскостью  $ASB$ , если  $AB : AS = 1 : 2$ .



## Угол между прямыми

2. а)  $90^\circ$ ; б)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$ ; в)  $\arccos \frac{1}{6}$ ; г)  $\arccos \frac{2}{3}$ . 3. а)  $90^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$ ; г)  $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$ .

6) в)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ ; г)  $\arccos \frac{1}{4}$ .

2.19 3/4

## § 5. Угол между прямой и плоскостью

### Подготовительные задачи

- а)  $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$ ; б)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; в)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; г)  $30^\circ$ .
- а)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; б)  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{3}$ ; в)  $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; г)  $45^\circ$ .
- а)  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$ ; б)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; в)  $\arcsin \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ ; г)  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{3}$ .
- а)  $\operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ; б)  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; в)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ ; г)  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{4}$ .
- а)  $60^\circ$ ; б)  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{5}$ .
- а)  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{5}$ ; б)  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{5}$ ; в)  $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{10}$ ; г)  $\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

### Задачи на доказательство и вычисление

- 5.1.  $\operatorname{arctg} \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{arctg} \frac{3}{5}$ . 5.2.  $\operatorname{arctg} \frac{7}{30}$ ,  $\operatorname{arctg} \frac{7}{40}$ . 5.3.  $\operatorname{arctg} \frac{2}{3}$ . 5.4.  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$ .  
5.5.  $60^\circ$ . 5.6.  $45^\circ$ . 5.7.  $45^\circ$ . 5.8.  $\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2}{3}}$ . 5.9.  $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$ . 5.10.  $\arcsin \sqrt{\frac{3}{7}}$ .  
5.11.  $30^\circ$ . 5.12.  $\operatorname{arctg} 3$ . 5.13.  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{3}$ . 5.14.  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{3}$ . 5.15.  $45^\circ$ . 5.16.  $30^\circ$ .  
5.17.  $45^\circ$ . 5.18.  $\operatorname{arctg} 2$ . 5.19.  $\arcsin \frac{3}{4}$ . 5.20.  $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ .