

11 класс _ Задача 14

В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что $KM \perp AC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

$$\text{Ответ б) } \arcsin \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{14}} = \arcsin \frac{\sqrt{70}}{21} = \arccos \frac{\sqrt{43}}{3\sqrt{7}}$$

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 5$ и $BC = 3$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : MD_1 = 2 : 3$, а точка K — середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD .

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

$$\frac{\sqrt{19}}{3}$$

Ответ: б)

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и K — середины рёбер AB и SC соответственно. На продолжении ребра SB за точку S отмечена точка R . Прямые RM и RK пересекают рёбра AS и BC в точках N и L соответственно, причём $2BL = 3LC$.

а) Докажите, что прямые MK и NL пересекаются.

б) Найдите отношение $AN : NS$.

Ответ: 3:2

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно $\sqrt{21}$. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 4$, $SK : KB = 1 : 3$.

а) Докажите, что плоскость CKM перпендикулярна плоскости ABC .

б) Найдите объём пирамиды $BCKM$.

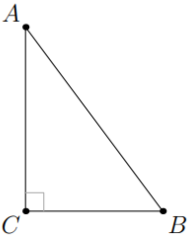
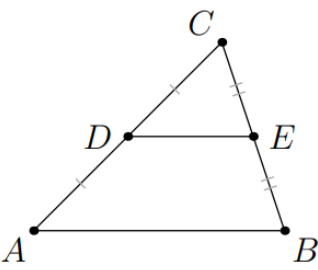
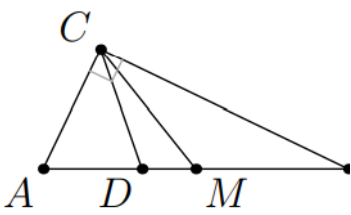
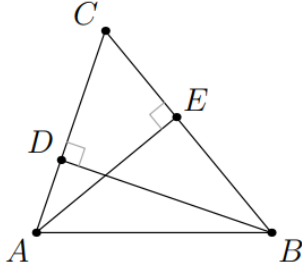
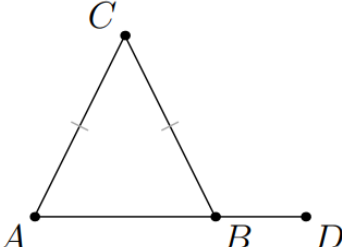
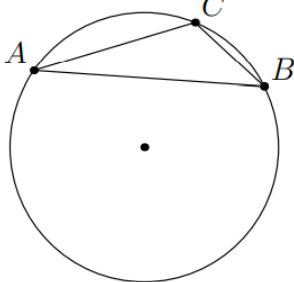
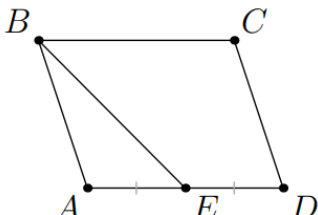
$$\text{Ответ } \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

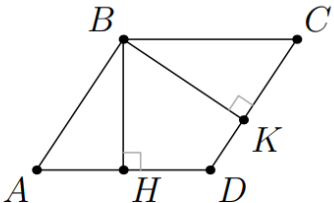
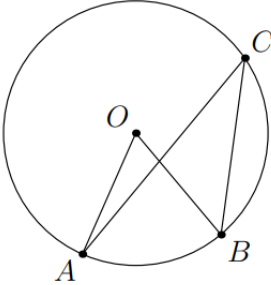
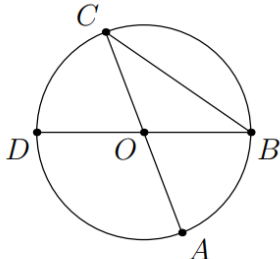
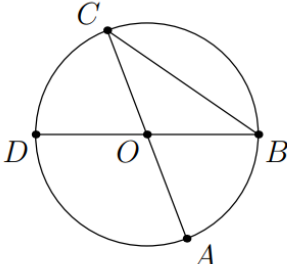
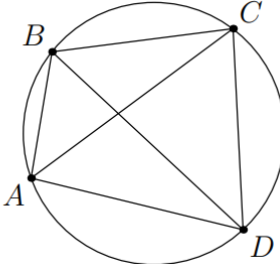
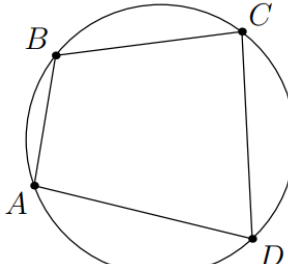
В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , равными 8 и 3 соответственно. Точки M и N лежат на рёбрах SD и BC соответственно, причём $SM : MD = 3 : 2$, $BN : NC = 1 : 2$. Плоскость AMN пересекает ребро SC в точке K .

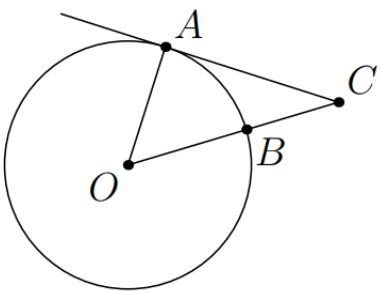
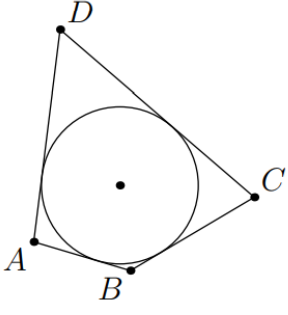
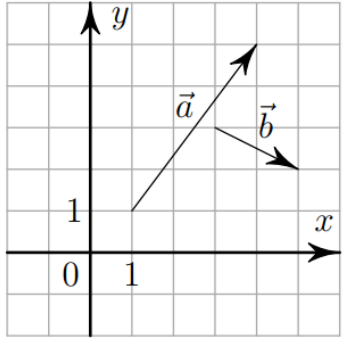
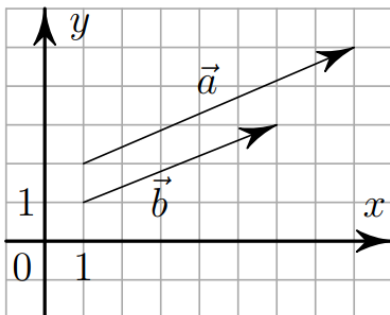
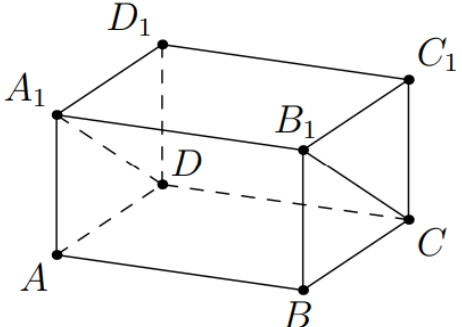
а) Докажите, что $SK : KC = 6 : 1$.

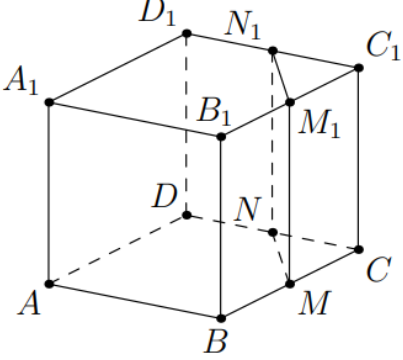
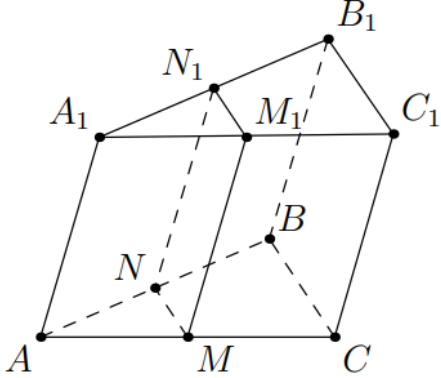
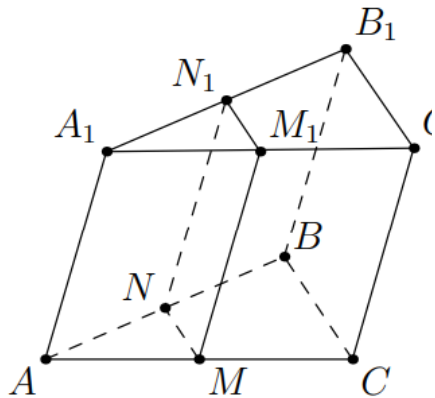
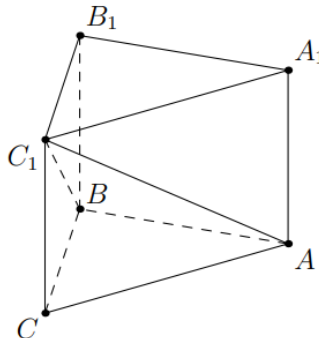
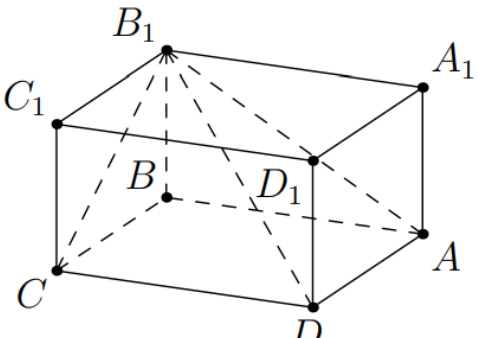
б) Плоскость AMN делит пирамиду $SABCD$ на два многогранника. Найдите отношение их объёмов.

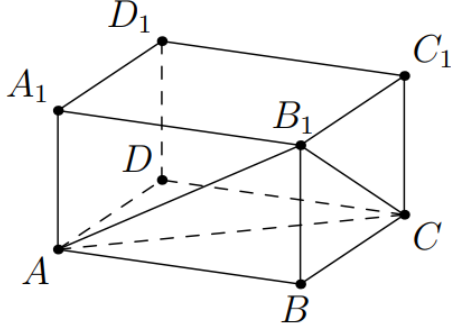
Ответ: 146:239

1.	<p>В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 10$, $AC = \sqrt{91}$. Найдите $\sin A$.</p>		
2.	<p>Площадь треугольника ABC равна 60. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.</p>		
3.	<p>Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 21°. Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.</p>		
4.	<p>Две стороны треугольника равны 21 и 28. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 15. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.</p>		
5.	<p>В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 107°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.</p>		
6.	<p>В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.</p>		
7.	<p>Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 60. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь треугольника ABE.</p>		

8.	<p>Стороны параллелограмма равны 18 и 20. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите длину высоты, опущенной на большую сторону параллелограмма.</p>		
9.	<p>Найдите центральный угол, если он на 69° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.</p>		
10.	<p>Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 41°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.</p>		
11.	<p>Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 16°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p>		
12.	<p>Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 103°, угол CAD равен 42°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p>		
13.	<p>Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 59° и 102°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.</p>		

14.	<p>Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности с центром O, отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 66°. Ответ дайте в градусах.</p>	
15.	<p>В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 17$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.</p>	
16.	<p>Даны векторы $\vec{a}(31; 0)$ и $\vec{b}(1; -1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 24\vec{b}$.</p>	
17.	<p>На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b}, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.</p>	
18.	<p>Даны векторы $\vec{a}(-13; 4)$ и $\vec{b}(-6; 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.</p>	
19.	<p>Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 3 и 7, а угол между ними равен 60°. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.</p>	
20.	<p>На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b}, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.</p>	
21.	<p>В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 4$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1.</p>	

22.	<p>Объем куба равен 80. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.</p>		
23.	<p>Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем этой призмы, если объем отсеченной треугольной призмы равен 15.</p>		
24.	<p>Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 36. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.</p>		
25.	<p>Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, C_1 правильной треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.</p>		
26.	<p>Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 9$, $BC = 3$, $BB_1 = 8$.</p>		

27.	<p>В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 4$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.</p>		
28.	<p>На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.</p>		
29.	<p>На конференцию приехали учёные из трёх стран: 7 из Сербии, 3 из России и 2 из Дании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из России.</p>		
30.	<p>В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Швеции, 5 из Дании, 10 из Норвегии и 4 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Норвегии.</p>		

Ответы

- | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|----------|---------|--------|
| 1) 0,3 | 2) 45 | 3) 24 | 4) 20 | 5) 34 | 6) 3 | 7) 15 |
| 8) 9 | 9) 138 | 10) 98 | 11) 82 | 12) 61 | 13) 121 | 14) 24 |
| 15) 54 | 16) 25 | 17) 11 | 18) 82 | 19) 10,5 | 20) 41 | 21) 60 |
| 22) 10 | 23) 45 | 24) 72 | 25) 18 | 26) 72 | 27) 35 | |