ЕКАТЕРИНБУРГСКИЙ
ДОМ
УЧИТЕЛЯ

ДЕПАРТАМЕНТ
ОБРАЗОВАНИЯ
ЕКАТЕРИНБУРГА

МАОУ СОШ №132

Особенности оформления заданий 2 части ОГЭ по математике

Уфимцева Наталья Геннадьевна, учитель математики высшей категории

Цель работы:

1. Формирование навыков структурированного решения

Научить учащихся последовательно и логично записывать ход решения задач повышенной сложности (№ 20–25), демонстрируя все этапы рассуждений, вычислений и выводов.

2. Соблюдение формальных требований

Отработать правила оформления работ в соответствии с критериями ОГЭ.

Задание №20 включает в себя следующие разделы:

- Алгебраические выражения;
- Уравнения;
- Системы уравнений;
- Неравенства;
- Системы неравенств.

<u>Основные проверяемые требования к математической подготовке:</u>

Умение выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ.
1	Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.
2	***Максимальный балл***

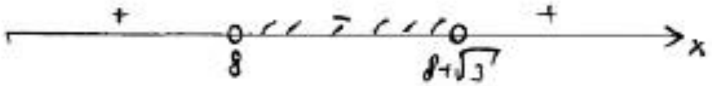
Задание 20. Решить неравенство

№21

$(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$

$\cancel{(x-8)(x-8-}$ $(x-8)^2-\sqrt{3}(x-8)<0$

$(x-8)(x-8-\sqrt{3})<0$



$x \in (8, 8+\sqrt{3})$

Ответ $x \in (8, 8+\sqrt{3})$

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)(x-8-\sqrt{3})<0,$$

откуда $8<x<8+\sqrt{3}$.

Ответ: $(8; 8+\sqrt{3})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

2 балла

Задание 20. Решить неравенство

$(x-8)^2 < \sqrt{3}\cdot(x-8)$

$(x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$

$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x+8<0 \\ x-8-\sqrt{3}>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+8>0 \\ x-8-\sqrt{3}<0 \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x<-8 \\ x>8+\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x>-8 \\ x<8+\sqrt{3} \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x>-8 \\ x<8+\sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-8;\ 8+\sqrt{3})$

Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)\left(x-8-\sqrt{3}\right)<0,$$

откуда $8 < x < 8+\sqrt{3}$.

Ответ: $\left(8;\ 8+\sqrt{3}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1 балл

Задание 21. Текстовые задачи

Задание тематически сохраняется несколько лет.

Типовые задачи:

- Движение по воде;
- На проценты, смеси, сплавы;
- На совместную работу;
- На движение по прямой.

<u>Основные проверяемые требования к математической подготовке:</u>

Уметь решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры.

Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, строить и исследовать простейшие математические модели.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Пример1.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36}+\frac{s}{99}}=52{,}8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

Возьмём весь путь за 1, тогда:

	S, км	T, ч	V, км/ч
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2\cdot 36}$	36
II	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2\cdot 99}$	99

Найти: $V_{средн}$ - ?

Решение:

1) Найдем всё время движения:

$$\frac{1^{\,11}}{2\cdot 36}+\frac{1^{\,4}}{2\cdot 99}=\frac{15}{792}=\frac{5}{264}\ (ч)$$

2) $$V_{средн}=\frac{S\,(весь)}{T\,(весь)}=\frac{1}{\frac{5}{264}}=\frac{264}{5}=\frac{528}{10}=52{,}8\ (км/ч)$$

Ответ: 52,8 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера

0 баллов

ИЛИ

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36}+\frac{s}{99}}=52{,}8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

№22

x - весь путь (км)

	s	v	t
I	$\frac{x}{2}$ км	36 км/ч	$\frac{x}{72}$ ч
II	$\frac{x}{2}$ км	99 км/ч	$\frac{x}{198}$ ч

792

$$v_{ср}=\frac{S_{вс}}{t_{вс}}=\frac{\cancel{1}x}{\frac{x}{72}+\frac{x}{198}}=\frac{729\cancel{x}}{15\cancel{x}}=48{,}6 \text{ км/ч}$$

Ответ 48,6 км/ч

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера

1 балл

Задание 22. Построить график функции

<u>Основные проверяемые требования к математической подготовке:</u>

Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев. Перечисленных выше
2	***Максимальный балл***

Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика. Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами**.

Пример

23

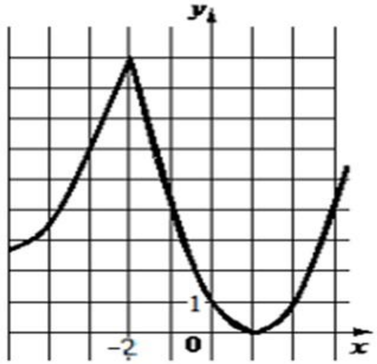
Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2-2x+1, \text{ если } x\geq -2, \\ -\dfrac{18}{x}, \text{ если } x<-2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y=-\dfrac{18}{x}$ при $x<-2$ и график функции $y=x^2-2x+1$ при $x\geq -2$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m=0$ и при $m\geq 9$.

Ответ: 0; $[9;+\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Типичные ошибки

- Отсутствуют деления на координатных осях, в результате чего график построен схематично и не проходит через точки, взятые в таблице значений.
- Отсутствие таблиц значений для построения графиков, либо значения переменной(ых) найдены с ошибкой.

График обратной пропорциональной зависимости минимум 3 точки, если меньше, то 0 баллов.
За отсутствие един. отрезка – 0 баллов

За отсутствие подп. осей <u>не снимается балл</u>.

Нет построенной выколотой точки – 0 баллов.

Задания 23-25. Геометрические задачи

- **23.** Геометрическая задача на вычисление.
- **24.** Геометрическая задача на доказательство.
- **25 .** Геометрическая задача высокого уровня сложности.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

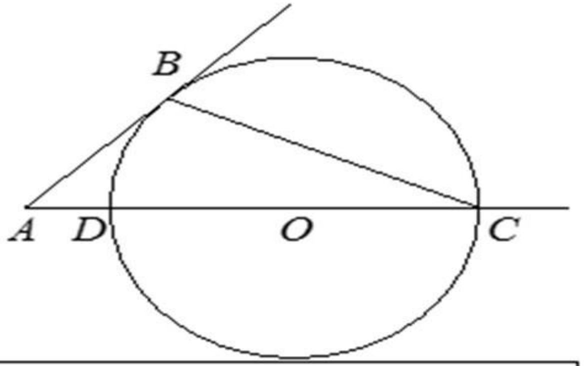
- Решение оценивается совместно с чертежом, некоторые факты допускается отразить только на чертеже, или только в «Дано».

- Можно использовать без доказательства математические факты, теоремы, содержащиеся в школьных учебниках;
- Желательно ссылаться на известные теоремы, названия теорем писать точно (не путать теорему Пифагора и ей обратную ей);
- При введении на рисунке каких-то точек, описывать словами или хотя бы пояснять на чертеже, что это за точки (основание высоты, биссектрисы, медианы);
- При введении переменных – описать словами (или хотя бы показать на чертеже) ;
- При использовании свойств накрест лежащих, односторонних или соответственных углов указывать названия параллельных прямых и секущей;
- Писать полностью равнобедренный или равносторонний треугольник, или сокращать так, чтобы было понятно;

- Обязательно указывать прямоугольный треугольник для применения теоремы Пифагора или равнобедренный треугольник при использовании свойств равнобедренного треугольника;
- Неравные углы обозначать разным количеством дуг, нельзя обозначать угол одной заглавной буквой, когда неясно, какой именно угол имеется в виду;
- Желательно не путать понятия «определение», «свойство», «признак»;
- Избегать фраз вроде «два угла лежат на одной стороне», «точка пересечения диагоналей равноудалена от сторон параллелограмма», не путать понятия «отрезок » и «прямая», не называть точку пересечения диагоналей параллелограмма «центром» или «серединой».

24 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.



Пусть $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC(AC - CD);\ 64 = x(x - 3{,}6),$$ откуда

$$x = 10.$$

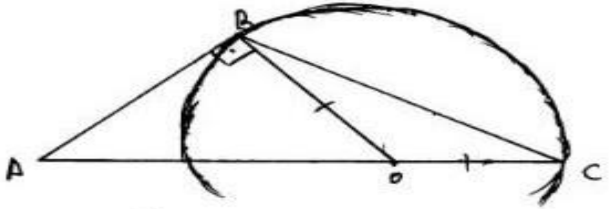
Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Дано:
т. $O \in AC$
$d = 3,6$
$AB = 8$

$AC - ?$

№24.



Решение:

т.к. окружность проходит через т. B и т. C, то OB и OC – радиусы => $OB = OC = \frac{d}{2} = 1,8$

т.к. окружность касается прямой AB в т. B => AB – касательная к окружности => $OB \perp AB$

По теореме Пифагора находим в прямоугольном треугольнике ABO гипотенузу AO.

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$$

$$AO = \sqrt{8^2 + 1,8^2} = 8,2$$

$AC = AO + OC$ (по св-ву отрезков)

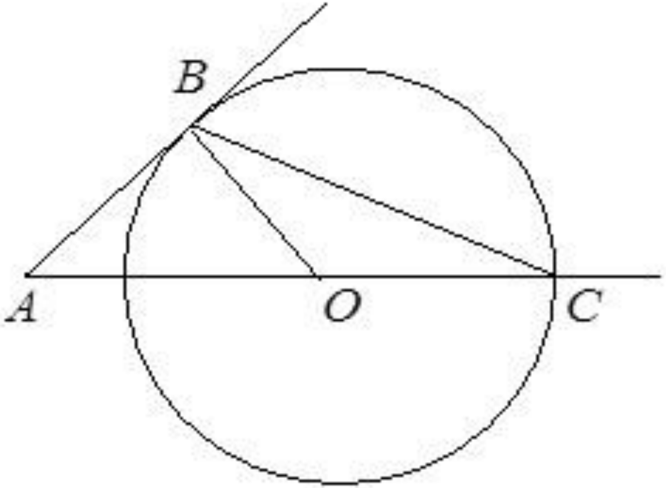
$AC = 8,2 + 1,8 = 10$

Ответ: $AC = 10$.

2 балла

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение



?

Треугольник AOB прямоугольный. По теореме Пифагора:

$AO^2 = AB^2 + OB^2$; $AO^2 = 8^2 + 1{,}8^2$;

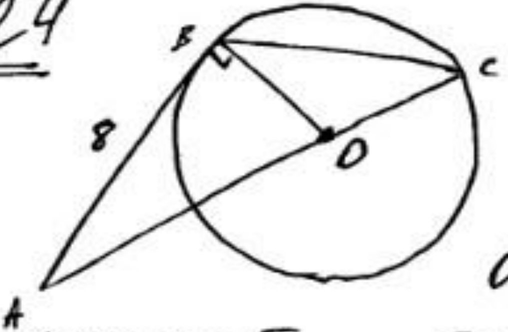
$AO^2 = 67{,}24$; $AO = 8{,}2$.

$AC = AO + OC$, где OC – радиус, тогда $AC = 8{,}2 + 1{,}8 = 10$.

Ответ: 10.

1 балл

№ 24



$D = 3.6$

Пусть O — центр окружности.
Тогда $\angle OBA = 90^\circ$ ~~т.к.~~, так как
OB — отрезок проходящий через центр
окружности и точку касания. Значит OB — радиус
Значит $OB = \frac{1}{2} D = 3{,}6 : 2 = 1{,}8$. Также радиусом является ~~В~~ $OC = 1{,}8$. AO — гипотенуза $\triangle ABO$, значит $AO =$
$= 1{,}8^2 + 8^2 = 64 + 3{,}24 = 67{,}24$. Значит $AC = 67{,}24 + 1{,}8 =$
$=$ ~~67~~ $68{,}04$, так как $AO + OC = AC$. Ответ: $68{,}04$.

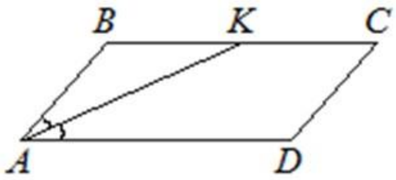
0 баллов

24

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD.



Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

По формуле периметра параллелограмма находим:

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

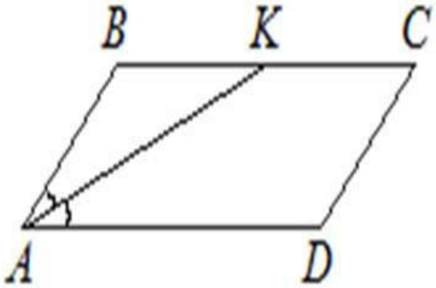
Ответ: 80.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. AK — биссектриса угла BAD. Следовательно, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.



В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

Дано:

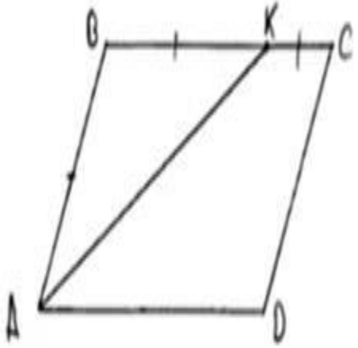
ABCD-параллелограмм

BC = 2 AB

K - середина BC

Доказать:

AK - биссектриса угла BAD



Доказательство:

Т.к. K - середина BC, то BK = KC =>

BK = ½BC = AB => △ABK - равнобедренный

∠BAK = ∠BKA (по св-ву равнобедренного треугольника)

Рассмотрим углы BKA и KAD:

∠BKA = ∠KAD (как внутренние накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK).

∠BAK = ∠BKA = ∠KAD =>

∠BAK = ∠KAD => AK - биссектриса ∠BAD

(по признаку)

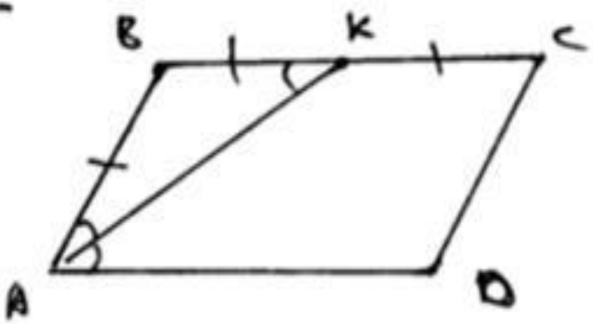
ч.т.д.

2 балла

Дано: ABCD – параллелогр.

$BC = 2AB$

$BK = KC$



$BK = \frac{1}{2} BC = AB$ по усл.

$\triangle ABK$ – равноб.

$\angle BAK = \angle BKA$ по св-ву равноб. тр.

$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.

$\Downarrow$

$\angle BAK = \angle KAD$

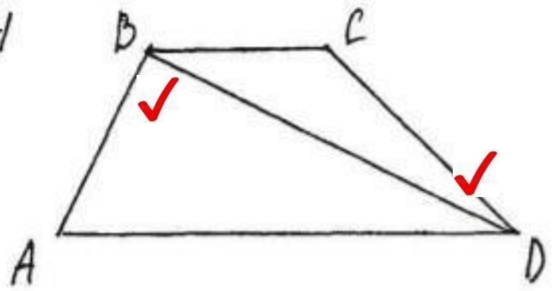
$\Downarrow$

AK – биссектриса

Ч.Т.Д.

1 балл

№24



Дано: ABCD – трапеция, $BC = 9$, $AD = 36$, $BD = 18$

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

Доказательство.

1) Рассмотр. $\triangle CBD$ и $\triangle BDA$

а) $\angle BDA = \angle CBD$

б) $\angle ABD = \angle DCB$

– как накрест лежащие при пересечении $BC \parallel AD$ сек. BD

в) BD – общ.

г) $\triangle CBD \sim \triangle BDA$, ч.т.д. – по 2 углам

Ответ: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

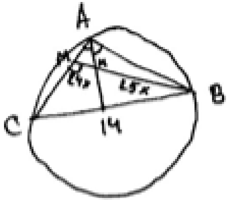
0 баллов

Примеры оценивания решения задания 25

Пример 1. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении $25:24$, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $BC = 14$.

Ответ: 25.

Дано:
AH – биссектриса
$\frac{HM}{BH} = \frac{24}{25}$
$BC = 14$
Найти:
R



Решение:
AH – биссектриса (по условию)
$\Downarrow$
$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$

Пусть $AM = 24y$, тогда
$AB = 25y$
$\Downarrow$
$MB = 7y$ (по теореме Пифагора)
$\Downarrow$
$\sin\angle A = \frac{7}{25}$

$2R = \frac{CB}{\sin\angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$
$\Downarrow$
$R = 25$

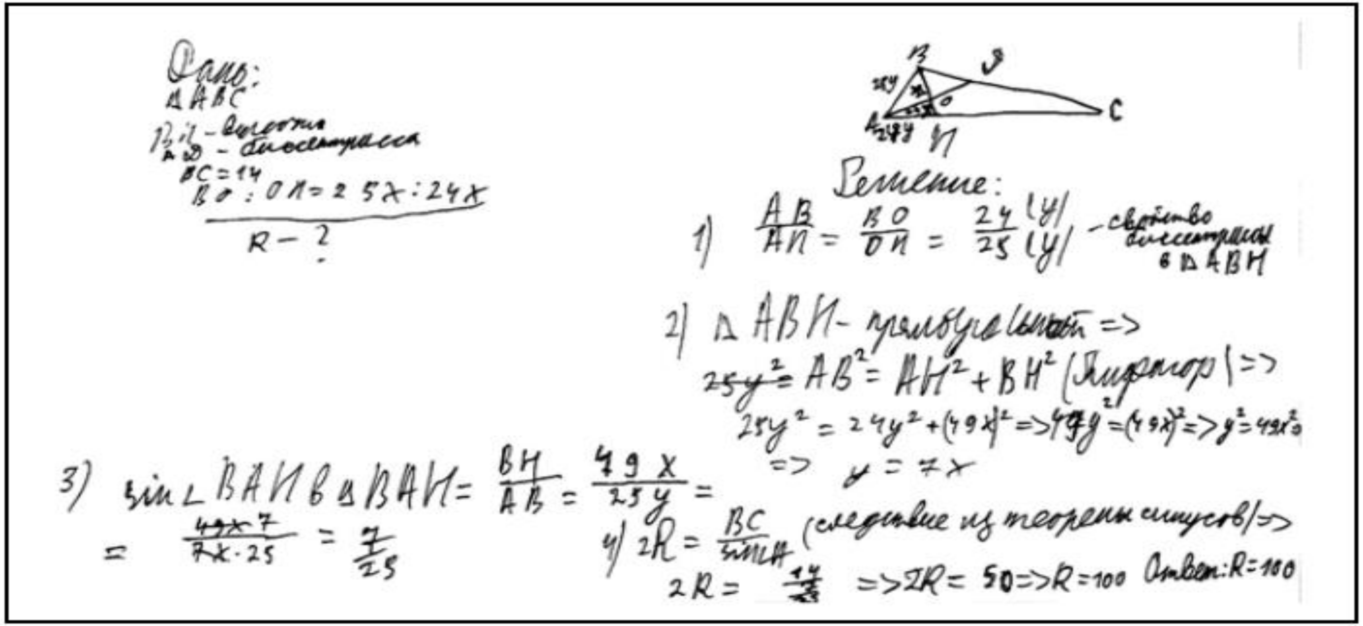
Ответ: 25.

Комментарий. Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении $25:24$, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $BC = 14$.

Ответ: 25.



Комментарий. Ход решения понятен, все шаги присутствуют, но допущена математическая ошибка: при возведении в квадрат выражений $25y$ и $24y$ коэффициенты остались без изменения.

Оценка 0 баллов.

Спасибо за внимание!