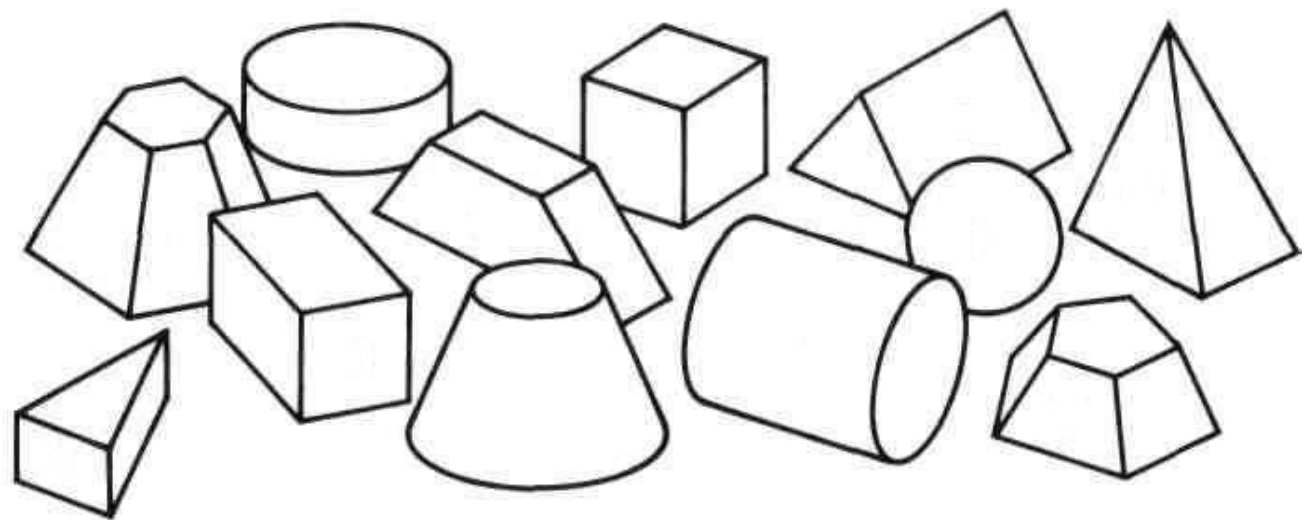


# ГЕОМЕТРИЯ: СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ (задание 14)

*Математика профильная*

*Сузьмина Анастасия Александровна,  
учитель математики МАОУ СОШ № 166*



# ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

## Профильный

## уровень

12 заданий с  
кратким ответом

7 заданий с  
развернутым  
ответом

19 заданий

235 минут

Баллы	Первичный	100бальная шкала
Максимальный	32	100
Минимальный	5	27

# ГЕОМЕТРИЯ: ЕГЭ по математике

Задания	1	2	3	14	17
Часть работы	1 часть			2 часть	
Уровень	Б	Б	Б	П	П
Балл, min	1	1	1	3	3

Задание 14. Стереометрическая задача

Расстояние между прямыми и плоскостями

Расстояние от точки до прямой

Расстояние от точки до плоскости

Сечения пирамид

Сечения призм

Сечения параллелепипедов

Угол между плоскостями

Угол между плоскостями граней многогранника

Угол между прямой и плоскостью

Угол между скрещивающимися прямыми

Объёмы многогранников

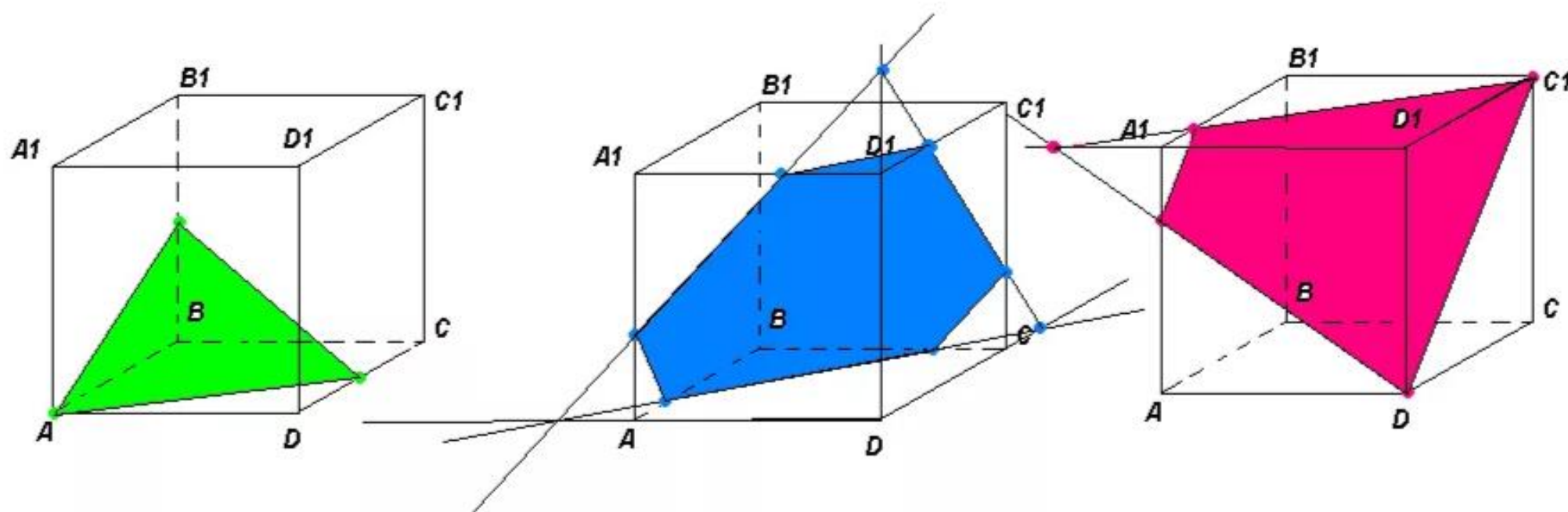
Сечения круглых тел

Круглые тела: цилиндр, конус, шар

Комбинации фигур

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

**Сечение многогранника** – это многоугольник, вершины которого принадлежат ребрам, а стороны граням многогранника, при этом две соседние вершины принадлежат одной грани.



# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

## Аксиомы стереометрии

A1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

A2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки данной прямой лежат в плоскости.

A3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, которой принадлежат все общие точки плоскости.

## Аксиомы планиметрии

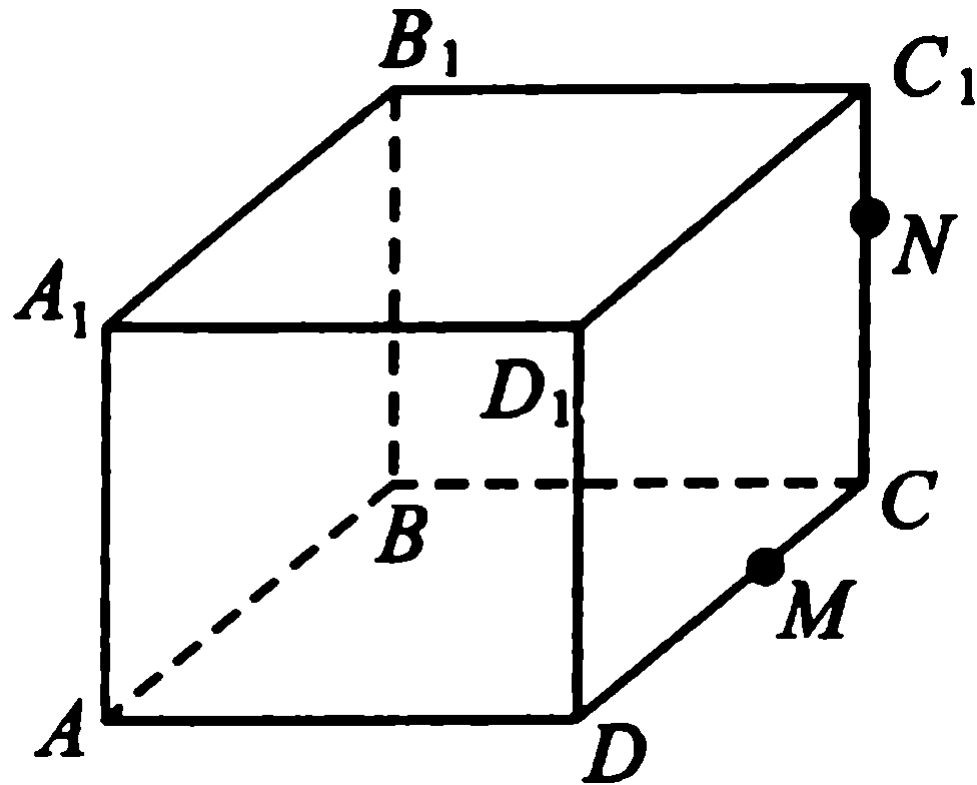
A4. в любой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии

## Теоремы

T1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

T2. Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает ее, то линия пересечения

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ



## Задача 1

В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   
 $M \in DC$ ,  $N \in CC_1$ .

Выполните задания:

а) укажите грань куба, в котором лежит отрезок  $MN$ .

б) укажите грань куба, параллельную отрезку  $MN$ .

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

## Задача 2

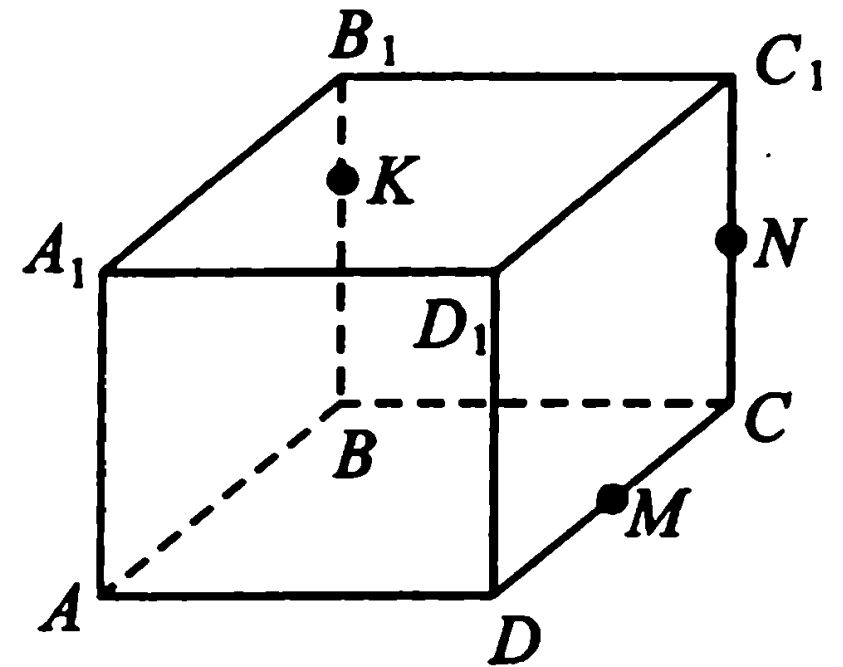
В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребрах  $DC$ ,  $CC_1$ ,  $BB_1$  взяты соответственно точки  $M$ ,  $N$ ,  $K$  так, что  $M$  и  $N$  – середины ребер  $DC$  и  $CC_1$ ,  $B_1 K : KB = 1 : 2$ .

Выполните задания:

а) укажите грань, параллельную грани  $DD_1 C_1 C$ .

б) через точку  $K$  проведите прямую  $KT$ , параллельную отрезку  $MN$ .

в) укажите ребро куба (отличное от ребра  $BB_1$ ), которое



# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

## Задача 3

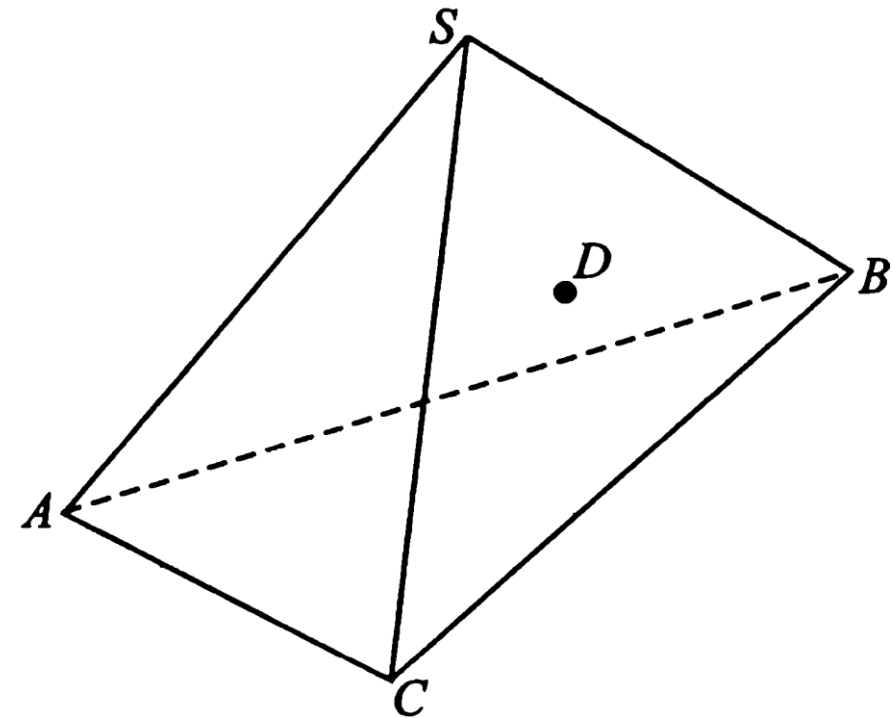
Внутри грани  $SBC$  треугольной пирамиды  $SABC$  взята точка  $D$ .

Через точку  $D$  проведите:

а) отрезок с концами на ребрах пирамиды, параллельный ребру  $BC$ ;

б) отрезок с концами на ребрах пирамиды, параллельный ребру  $SC$ ;

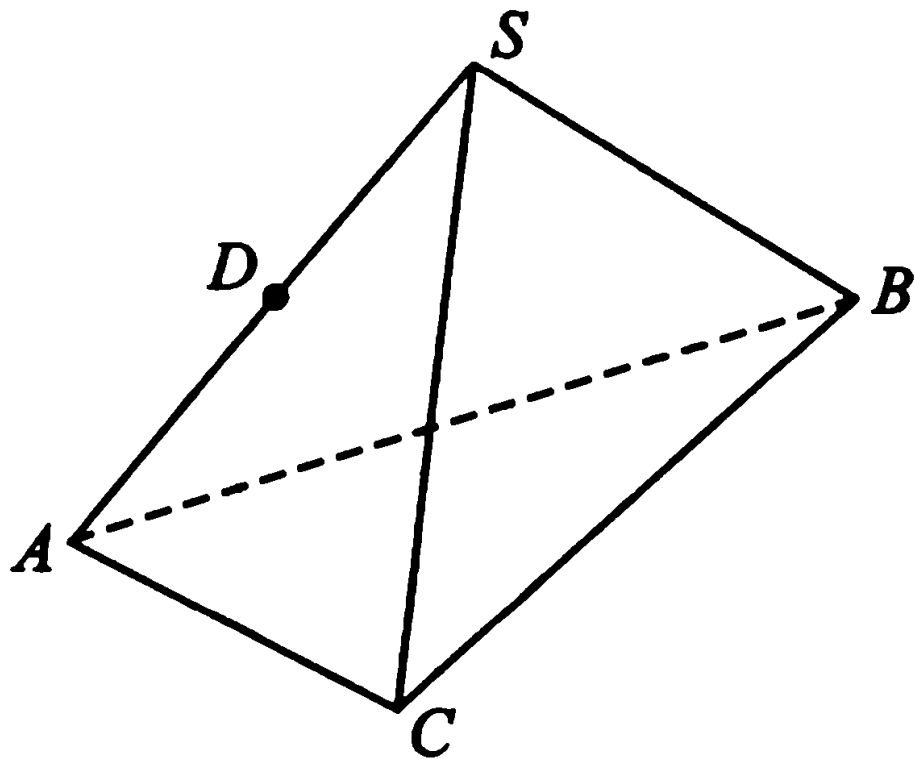
в) отрезок с концами на ребрах пирамиды, параллельный





# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

## Задача 4



Через точку  $D$ , лежащую на ребре  $AS$  тетраэдра  $SABC$ , постройте:

а) сечение параллельное основанию  $ABC$ ;

б) сечение параллельное грани  $SBC$ ;

в) сечение перпендикулярное основанию  $ABC$ .

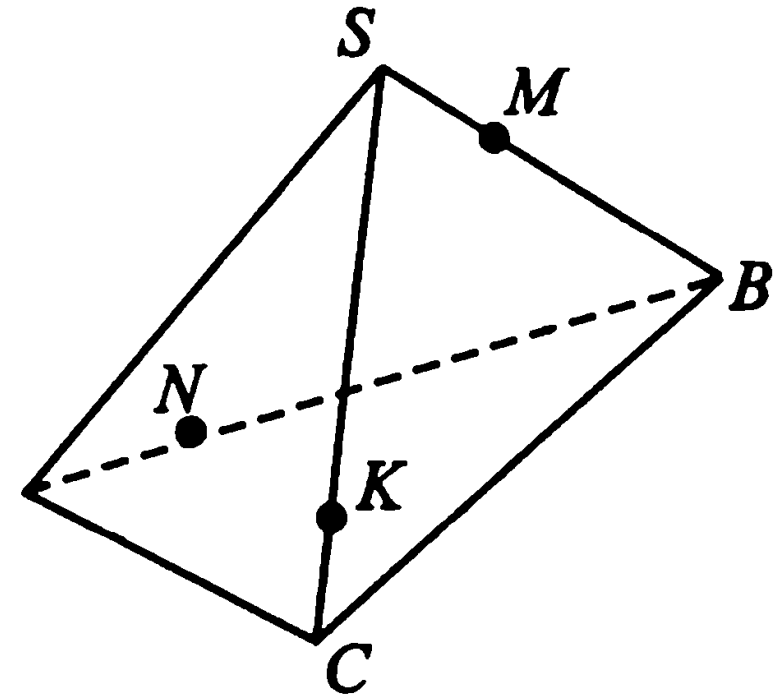
# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

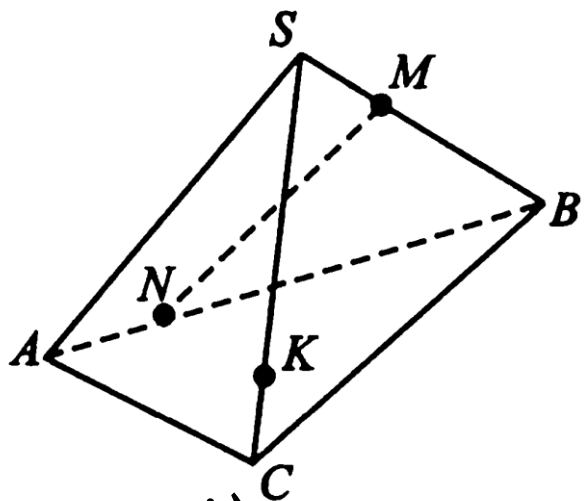
## Задача 5

Сечение пирамиды  $SABC$  проходит через точки  $M$ ,  $N$ ,  $K$ .

Выполните задания, вставив на подчеркнутые места в представленном решении нужные точки или плоскости. Постройте:

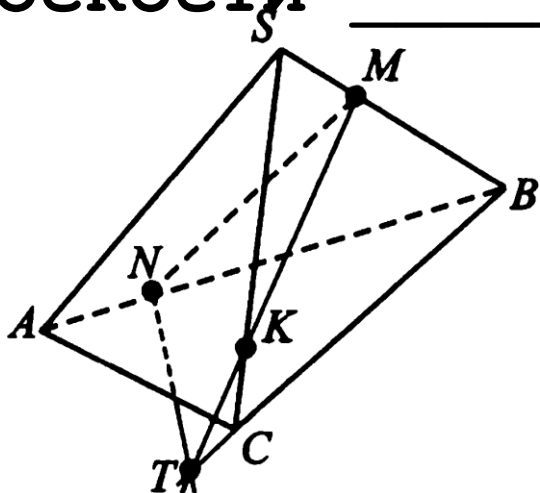
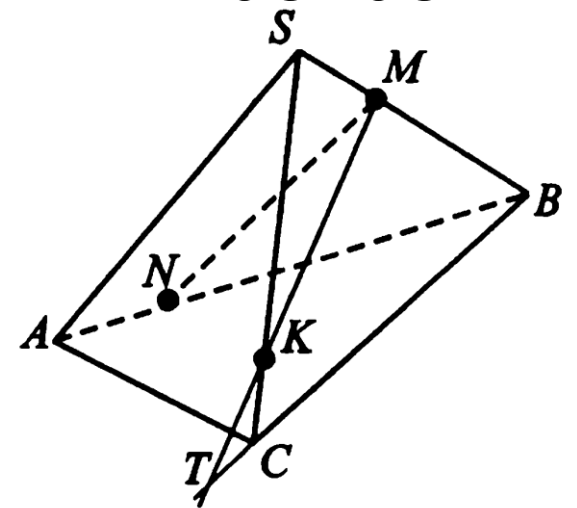
- линию пересечения плоскостей  $ASB$  и  $MNK$ ;
- точку пересечения прямой  $MK$  и плоскости  $ABC$ ;
- линию пересечения грани  $ABC$  с плоскостью  $MNK$ ;
- линию пересечения грани  $ASC$  с плоскостью  $MNK$ .





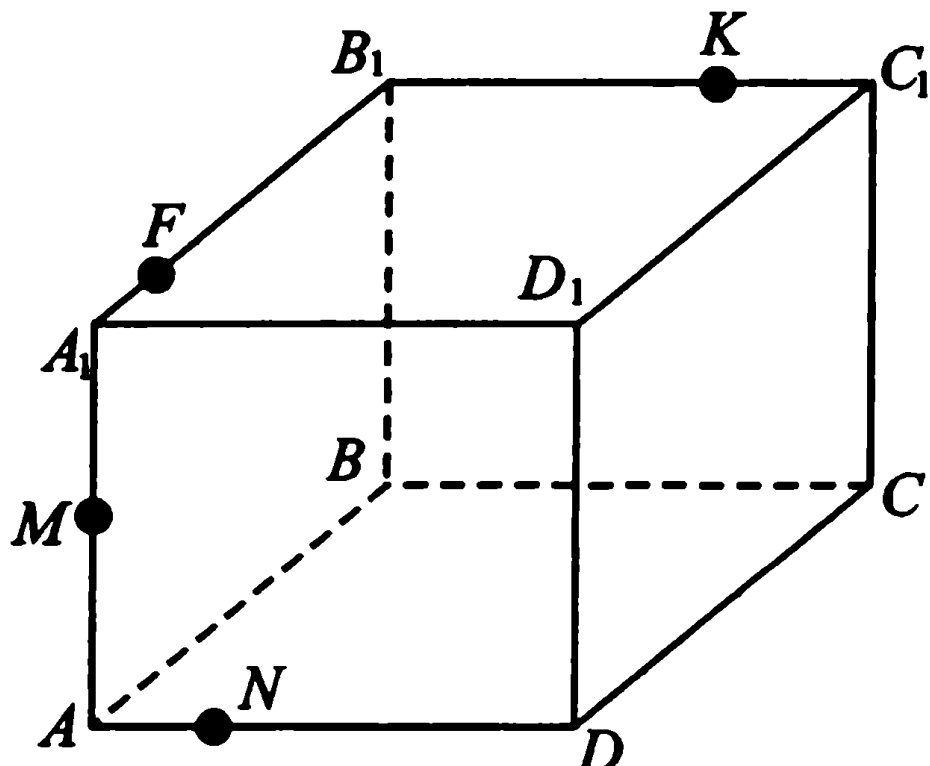
а) Точки \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ лежат в одной из плоскостей \_\_\_\_\_  $ASB$  и  $MNK$ , следовательно \_\_\_\_\_ — линия пересечения плоскости  $ASB$   $MNK$ .

б) Прямые  $MK$  и  $BC$  лежат в плоскости  $BSC$  и не параллельны, следовательно, точка пересечения этих прямых — точка  $T$  — принадлежит прямой  $BC$ , а значит, и плоскости \_\_\_\_\_.



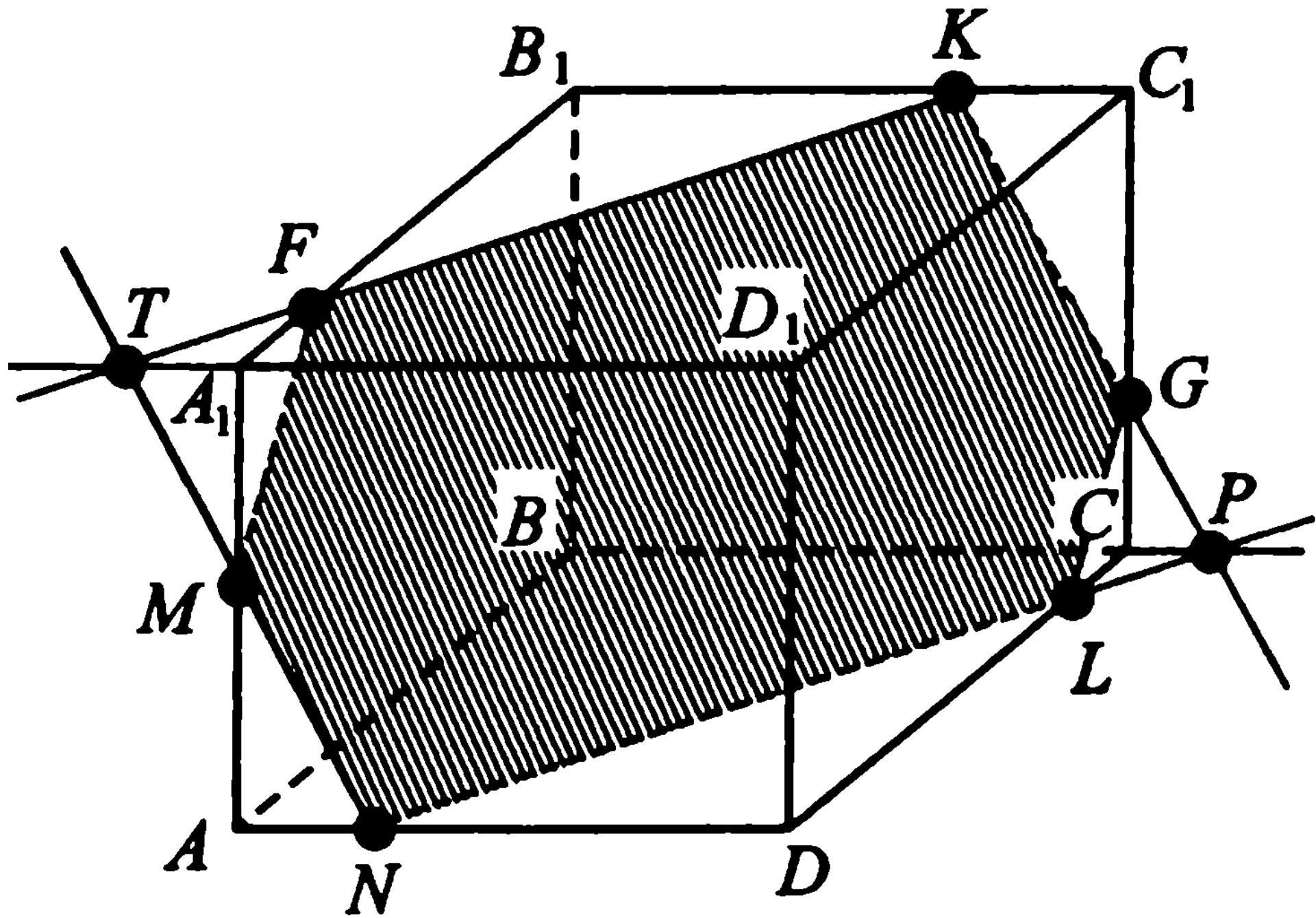
в) Точка  $T$  принадлежит плоскости сечения  $MNK$ , т.к. \_\_\_\_\_. Точки \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ лежат одновременно в плоскости  $ABC$  и плоскости сечения, следовательно, прямая \_\_\_\_\_ — линия пересечения плоскости  $ABC$  с \_\_\_\_\_.

# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ

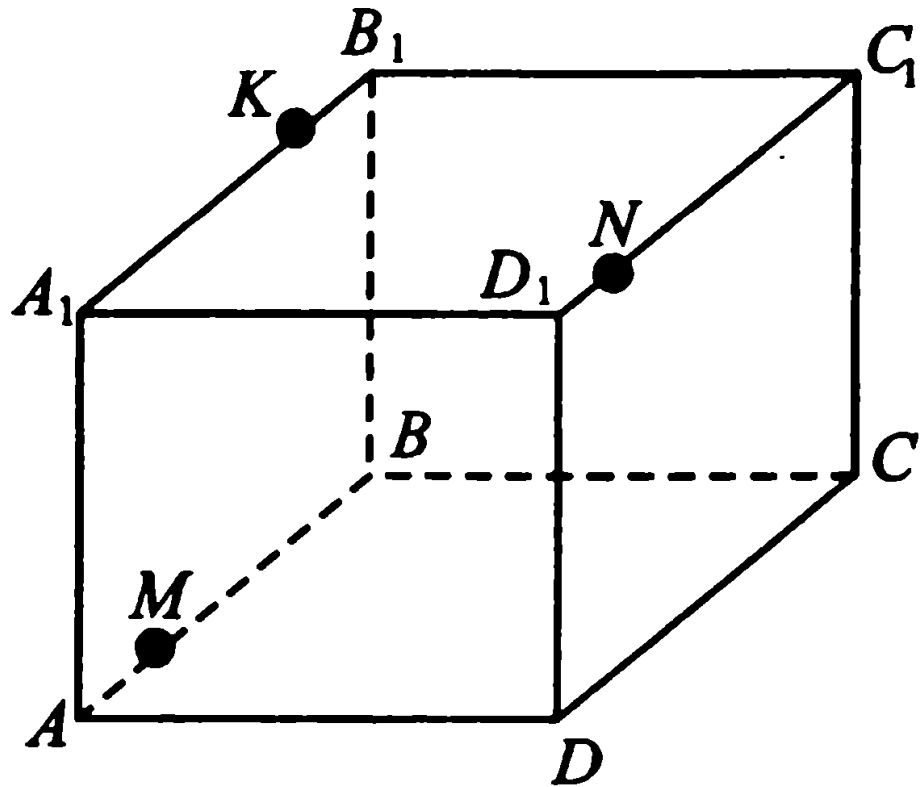


## Задача 1

Постройте сечение  
параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   
плоскостью, проходящей  
через точки  $M, N, K$ .



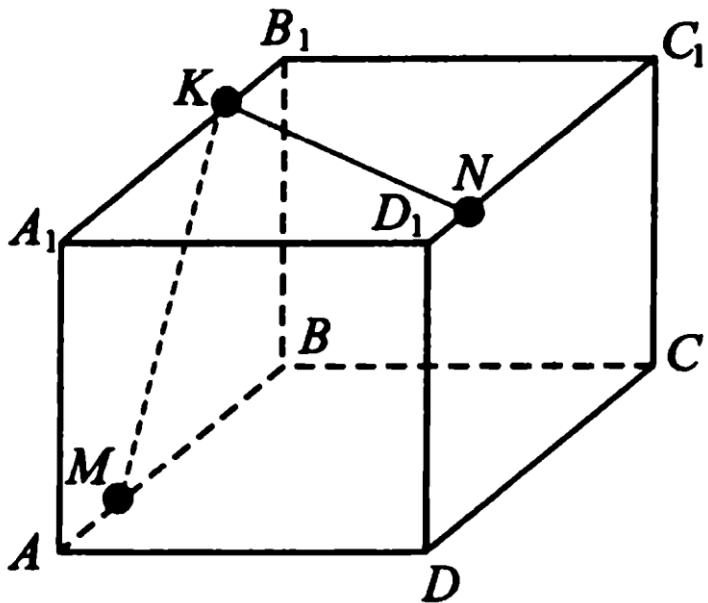
# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ



## Задача 2

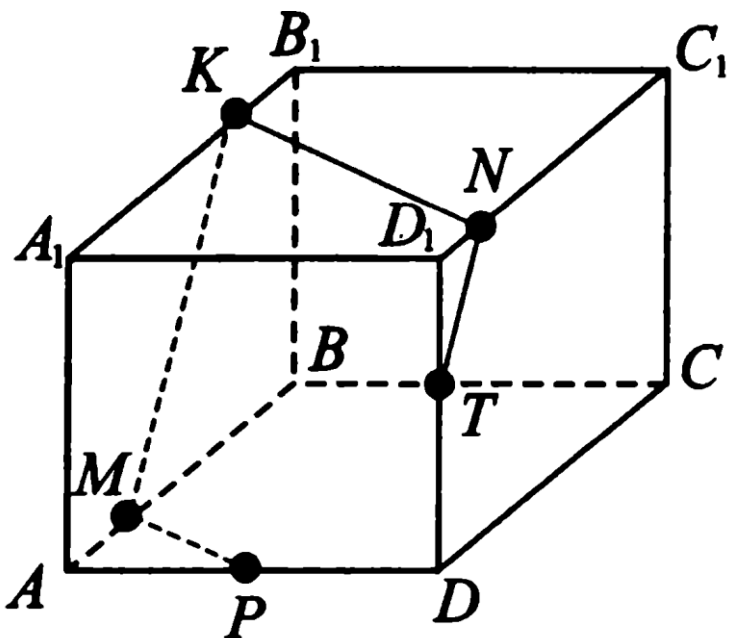
Постройте  
параллелепипеда  
плоскостью  $MNK$ .

сечение  
 $ABCA_1B_1C_1D_1$

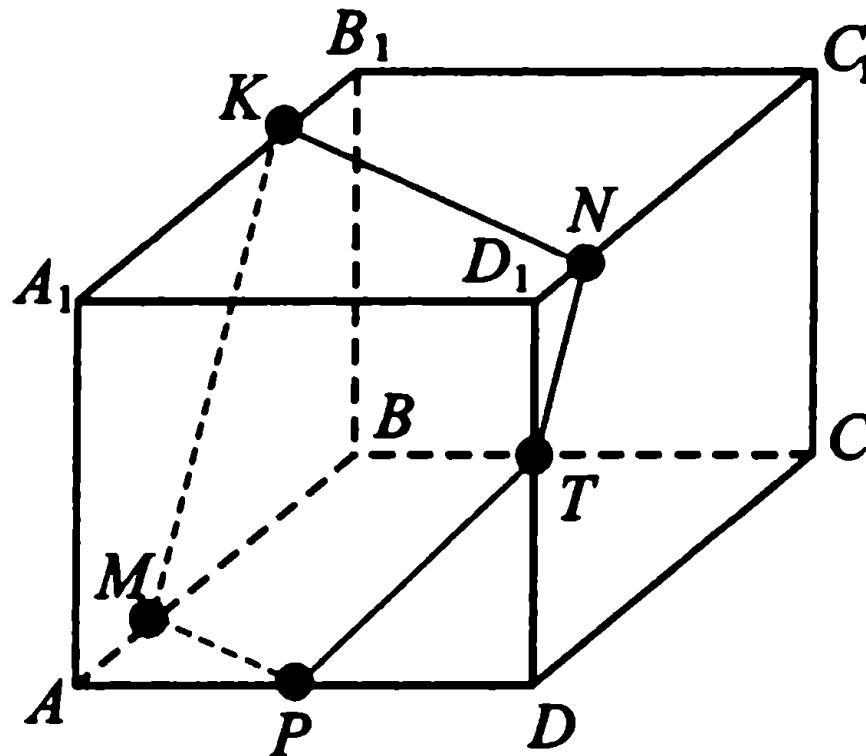


**Решение :**

Шаг 1. Точки \_\_\_\_\_ лежат в плоскости грани  $A_1B_1C_1D_1$  и в плоскости сечения, значит, прямая \_\_\_\_\_ – линия пересечения этих плоскостей. Аналогично прямая  $MK$  – линия пересечения плоскости \_\_\_\_\_ и плоскости \_\_\_\_\_.



Шаг 2. По теореме Т1 через точку  $N$  в плоскости \_\_\_\_\_ проведем прямую  $NT$ , \_\_\_\_\_ прямой  $MK$ .  $T$  – точка пересечения  $NT$  и  $DD_1$ . Аналогично через точку  $M$  в плоскости \_\_\_\_\_ проведем прямую  $MP$ , \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_  $KN$ .  $P$  – точка пересечения прямой  $MP$  и ребра \_\_\_\_\_.



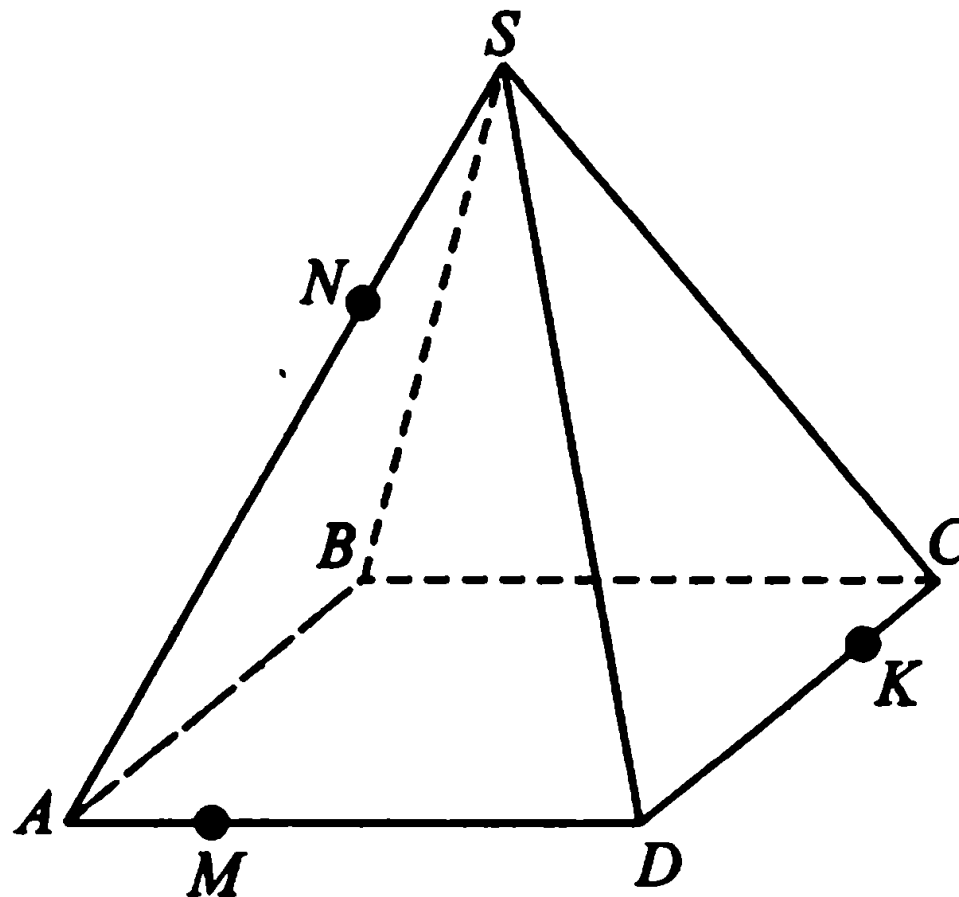
Шаг 3. RT – линия пересечения плоскости грани \_\_\_\_\_ и плоскости сечения \_\_\_\_\_ – искомое сечение.



# ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ

## Задача 3

Постройте сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $MNK$ .





# ЗАДАЧИ УРОВНЯ ЕГЭ

## Задача 1

Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна  $64$ , и площадь сечения, проходящего через вершину  $S$  этой пирамиды и через диагональ её основания, тоже равна  $64$ .

а) Докажите, что боковое ребро этой пирамиды больше, чем сторона основания.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

# ЗАДАЧИ УРОВНЯ ЕГЭ

## Задача 2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  стороны основания равны 6, боковые рёбра равны 4.

- а) Изобразите сечение, проходящее через вершины  $A$ ,  $B$  и середину ребра  $A_1C_1$ , и докажите, что это равнобокая трапеция.
- б) Найдите площадь этого сечения.

# ЗАДАЧИ УРОВНЯ ЕГЭ

## Задача 3

Точки  $P$  и  $Q$  – середины рёбер  $AD$  и  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $B_1 P$  и  $Q B$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку  $P$  и перпендикулярной прямой  $BQ$ , если ребро куба равно 10.

# ЗАДАЧИ УРОВНЯ ЕГЭ

## Задача 4

В пирамиде  $SABC$  ребра  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$  попарно перпендикулярны,  $AB=BC=AC=4\sqrt{2}$ .

а) Докажите, что  $SB = SC$ .

б) На ребрах  $SA$  и  $SC$  взяты точки  $K$  и  $L$  соответственно, причем  $SK : KA = SL : LC = 3 : 4$ .  
Найдите площадь сечения  $BKL$ .

# ЗАДАЧИ УРОВНЯ ЕГЭ

## Задача 5

В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскость  $\alpha$  проходит через вершины  $B_1$  и  $D$ , пересекает стороны  $AA_1$  и  $CC_1$  в точках  $M$  и  $K$  соответственно, а сечение призмы плоскостью  $\alpha$  является ромбом.

- а) Докажите, что точка  $M$  – середина ребра  $AA_1$ .
- б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.

# Спасибо!

**У вас есть вопросы?**

**+7 908 63 91 607,**

**[suzminanas@yandex.ru](mailto:suzminanas@yandex.ru)**

