

Способы решения экономических задач

Подготовила
Учитель математики
МАОУ СОШ № 181,
Баженова О.А.

г. Екатеринбург

Цель

- Ознакомить опытом в решении экономических задач

Алгоритм решения задания №16 в профильном ЕГЭ по математике 2024 (экономическая задача)

- **1. Анализ условия задачи:** Тщательно прочитайте текст задачи, чтобы понять экономический контекст и выявить основные переменные и параметры.
- 2. Формулирование математической модели:** Переведите экономические условия в математическую модель, используя уравнения, неравенства или функции. Обычно это включает определение функции дохода, расхода или прибыли.
- 3. Использование математических инструментов:** Примените подходящие математические методы для решения задачи, например, дифференцирование для нахождения экстремумов функции, решение уравнений или систем уравнений.

4. Анализ критических точек: Если требуется определить максимальную или минимальную прибыль, найдите критические точки функции (где производная равна нулю или не существует) и определите их характер.

5. Учёт ограничений задачи: Убедитесь, что решение удовлетворяет всем ограничениям задачи, таким как неотрицательность переменных или заданные диапазоны значений.

6. Проверка и анализ ответа: Перепроверьте решение, особенно арифметические и алгебраические вычисления, и убедитесь, что ответ логичен в контексте задачи.

7. Формулировка ответа: Запишите ответ в требуемом формате, убедившись, что он полный и соответствует заданным условиям.

Критерии оценивания ЭКОНОМИЧЕСКИХ задач

- **Содержание критерия Баллы**
- Обоснованно получен верный ответ 2балла
- Верно построена математическая модель 1 балл
- Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше 0 баллов
- *Максимальный балл 2*

Условия для успешного решения задания 16

- Понимание всех встречающихся в условии терминов (вклад, кредит, начисление процентов, долг и т. п.)
- Повторить темы
- Проценты,
- Арифметическая и геометрическая прогрессии,
- Наибольшее и наименьшее значение функции.

Схемы для решения экономических задач

- *Две схемы решения задач на кредиты*
- Кредит выплачивается равными платежами (аннуитетные платежи),
ИЛИ Известными платежами
- Выплаты подбираются так, что сумма долга уменьшается равномерно (дифференцированные платежи)
ИЛИ
Известно, как меняется сумма долга

Термины экономических задач

- **Кредит** банка – сумма денежных средств, которую заёмщик обязуется вернуть банку в соответствии с условиями заключённого договора (проценты, сроки промежуточных платежей и др.). Платёж по кредиту состоит из основного долга и процентов. Основной долг — это размер кредита. А проценты — это сумма, которую берет банк за пользование кредитом.
- Банковский **вклад** (или банковский депозит) — сумма денег, переданная лицом банку с целью получить доход в виде процентов, образующихся в ходе финансовых операций с вкладом. Начисление процентов происходит в соответствии с заключённым договором. Если в договоре по вкладу указан доход 5 % годовых, а вклад составляет S рублей, то это значит, что через год на вкладе будет $1,05S$ рублей.

Задача 1

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 220 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 220 тыс. рублей;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 года долг будет погашен полностью.

Найдите r , если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 420 тыс. рублей.

Решение. Пусть $p=1+\frac{r}{100}$, по x тыс. руб. – выплаты в 2030 и в 2031 годах.

Год	Долг до начисления % (тыс. руб.)	Долг после начисления % (тыс. руб.)	Выплата (тыс. руб.)	Долг после выплаты (тыс. руб.)
2026	220			
2027	220	$220p$	$220(p-1)$	220
2028	220	$220p$	$220(p-1)$	220
2029	220	$220p$	$220(p-1)$	220
2030	220	$220p$	x	$220p-x$
2031	$220p-x$	$(220p-x)p$	x	0

По условию к июлю 2031 года кредит будет погашен, значит долг после начисления процентов в 2031 году равен выплате: $(220p-x)p=x$, откуда

$$x = \frac{220p^2}{p+1} \text{ (тыс. руб.)}$$

Общий размер выплат по условию составляет 420 тыс. руб. и равен сумме чисел колонки «Выплаты» таблицы: $2x + 3 \cdot 220(p-1) = 420$.

$$\text{Тогда } \frac{440p^2}{p+1} + 660(p-1) = 420 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$44p^2 + 66(p^2 - 1) - 42(p + 1) = 0,$$

$$55p^2 - 21p - 54 = 0, p = 1 + \frac{20}{100}, r = 20\%.$$

Ответ. 20%

15. В мае 2024 года Роман Матвеевич планирует взять кредит на развитие бизнеса на три года в размере 1 600 000 рублей. Условия его возврата такие:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по апрель каждого года нужно выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2025 и 2026 годах должны быть равными;

— к маю 2027 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2 637,5 тыс. рублей. Сколько тыс. рублей составит платёж Романа Матвеевича в 2026 году?

Решение:

15. Пусть платежи в 2025 и 2026 годах составят по x тыс. рублей. В январе 2025 года долг будет равен $1600 \cdot 1,25 = 2000$ тыс. рублей, а в мае $2000 - x$ тыс. рублей. В январе 2026 года долг будет равен $(2000 - x) \cdot 1,25 = 2500 - 1,25x$ тыс. рублей, а в мае $2500 - 2,25x$ тыс. рублей. В январе 2027 года долг будет равен $(2500 - 2,25x) \cdot 1,25 = 3125 - 2,8125x$ тыс. рублей.

По условию, к маю 2027 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платёж в 2027 году должен быть равен $(3125 - 2,8125x)$ тыс. рублей. Тогда сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна $3125 - 2,8125x + 2x = 3125 - 0,8125x$ тыс. рублей.

$$3125 - 0,8125x = 2637,5, \quad 0,8125x = 487,5, \quad x = 600.$$

Платёж Романа Матвеевича в 2026 году составит 600 тыс. рублей.

Ответ: 600.

15. 15 декабря 2025 года планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й (с января 2026 года по июнь 2028 года включительно) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15 июня 2028 года долг составит 200 тысяч рублей;

— 15 июля 2028 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 717 тысяч рублей?

Решение:

15. Пусть сумма кредита равна A тысяч рублей. По условию долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число каждого месяца (с декабря 2025 года по июль 2028 года) должен уменьшаться каждый месяц на $\frac{A - 200}{30}$ и до нуля следующим образом:

$$A; \frac{29A + 200}{30}; \frac{28A + 2 \cdot 200}{30}; \dots; \frac{A + 29 \cdot 200}{30}; 200; 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число каждого месяца (с января 2026 года по июль 2028 года) такова:

$$1,02 \cdot A; 1,02 \cdot \frac{29A + 200}{30}; \dots; \frac{1,02 \cdot A + 29 \cdot 200}{30}; 204.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$0,02 \cdot A + \frac{A - 200}{30}; 0,02 \cdot \frac{29A + 200}{30} + \frac{A - 200}{30}; \dots;$$

$$0,02 \cdot \frac{A + 29 \cdot 200}{30} + \frac{A - 200}{30}; 204.$$

Общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$0,02 \cdot \frac{31A + 29 \cdot 200}{2} + A - 200 + 204 = 1,31A + 62.$$

По условию общая сумма выплат равна 717 тыс. рублей, поэтому

$$1,31A + 62 = 717, 1,31A = 655, A = 500.$$

Сайты при подготовке к ЕГЭ

- <https://oge.sdamgia.ru/>
- <https://time4math.ru/>
- <https://math100.ru/>
- <https://www.legionr.ru/company/kopilka/164647/>