



Планиметрические задачи в профильном ЕГЭ по математике

Кулабухов С. Ю.



ЕГЭ 2025. Профиль

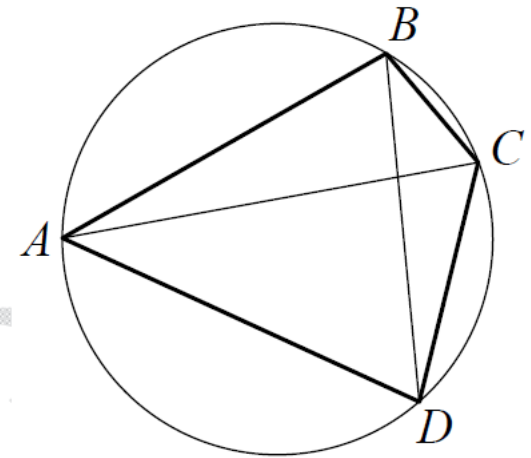
Задача с кратким ответом по планиметрии

**Обобщённый план варианта КИМ ЕГЭ 2025 года
по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)**

Используются следующие условные обозначения. Уровни сложности заданий: *Б* – базовый; *П* – повышенный; *В* – высокий.

Номер задания	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы	Коды проверяемых требований (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
1	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	9, 10, 11	7	Б	1	5	3

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 103° , угол CAD равен 42° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

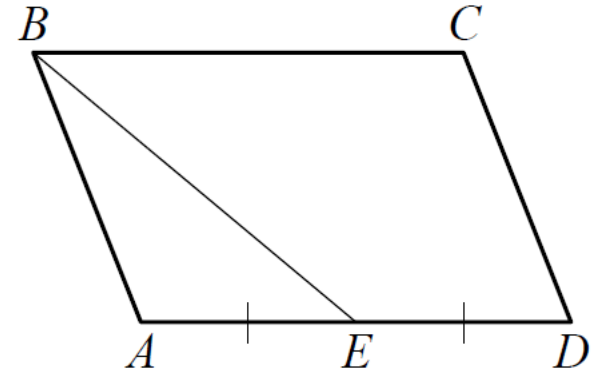


Ответ: _____.

ИЛИ

1

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.



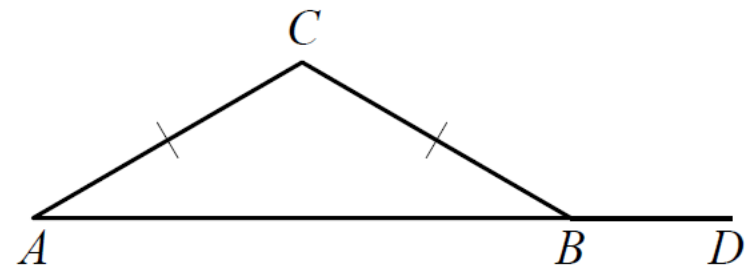
Ответ: _____.

ИЛИ

1

В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, угол C равен 134° , угол CBD — внешний. Найдите угол CBD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

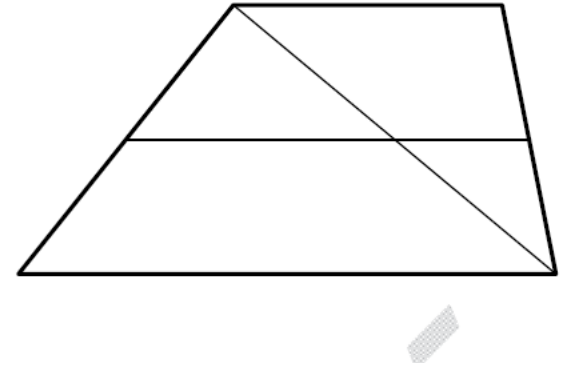


ИЛИ

1

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

Ответ: _____.



Литература для задач базового уровня сложности

ПОД РЕДАКЦИЕЙ Ф.Ф. ЛЫСЕНКО, С.Ю. КУЛАБУХОВА

МАТЕМАТИКА

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ЕГЭ-2025
2000 ЗАДАНИЙ
С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

- БАЗОВЫЙ И ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВНИ
- ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ

ax^2+bx+c



ПОД РЕДАКЦИЕЙ Ф.Ф. ЛЫСЕНКО, С.О. ИВАНОВА

МАТЕМАТИКА

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ЕГЭ-2025
ТЕМАТИЧЕСКИЙ
ТРЕНИНГ
10-11 КЛАССЫ

- 1800 ЗАДАНИЙ БАЗОВОГО И ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЕЙ
- ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ
- КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ

$a^{\log_a b} = b$



ПОД РЕДАКЦИЕЙ Ф.Ф. ЛЫСЕНКО, С.Ю. КУЛАБУХОВА

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ЕГЭ-2025
40 ТРЕНИРОВОЧНЫХ
ВАРИАНТОВ
ПО НОВОЙ ДЕМОВЕРСИИ 2025

- ПОШАГОВОЕ РЕШЕНИЕ 10 ВАРИАНТОВ
- СБОРНИК ЗАДАЧ
- ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ВАРИАНТАМ И ЗАДАНИЯМ

$\frac{1}{+0} \log_a b x = >$



ЕГЭ 2025

Задача с развернутым ответом
по планиметрии

Номер задания	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы	Коды проверяемых требований (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
17	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	9, 11	7	П	3	–	35

Литература для задач повышенного уровня сложности

ПОД РЕДАКЦИЕЙ Ф.Ф. ЛЫСЕНКО, С.Ю. КУЛАБУХОВА


ГЕОМЕТРИЯ

ОСНОВНОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

ОГЭ-2025

ЗАДАЧИ ОГЭ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ


- ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ И ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
- ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ
- ОТВЕТЫ, КОММЕНТАРИИ И ПОШАГОВЫЕ РЕШЕНИЯ
- ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ



$tg A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$a^2 + b^2 = c^2$

180°



А. А. Прокофьев, А. Г. Корянов

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН


ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

РЕШЕНИЕ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

- ▶ 500 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ЗАДАНИЙ
- ▶ ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ И МЕТОДИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ
- ▶ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
- ▶ ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ



ПОД РЕДАКЦИЕЙ Ф.Ф. ЛЫСЕНКО, С.Ю. КУЛАБУХОВА

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

ЕГЭ-2025

40 ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ

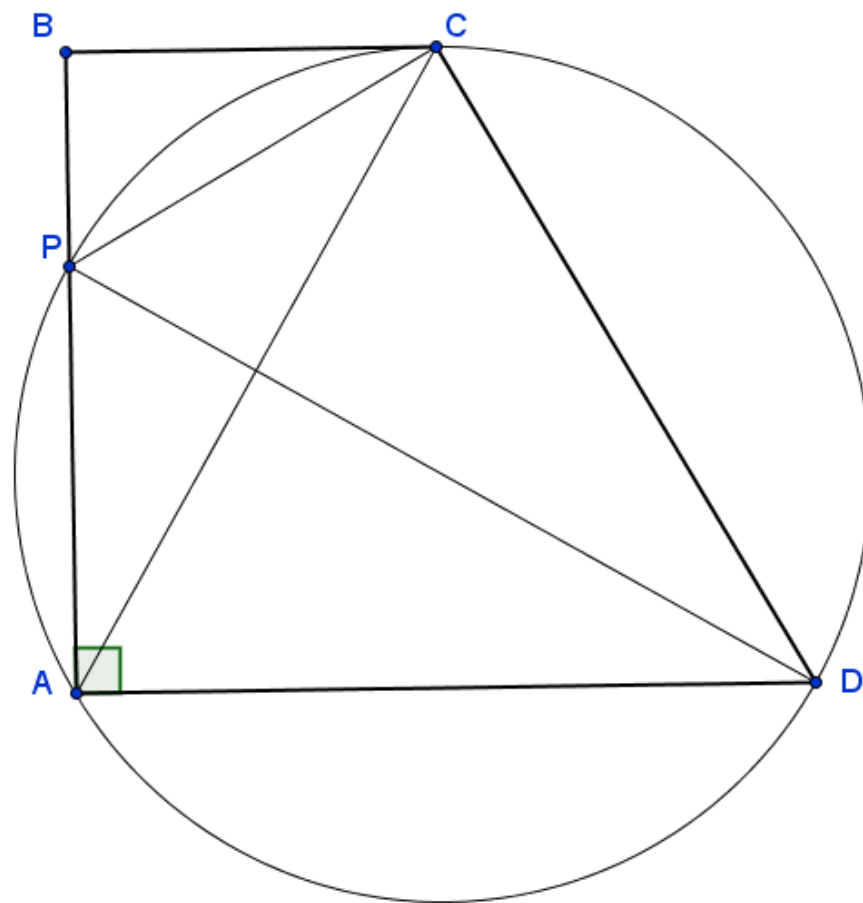
ПО НОВОЙ ДЕМОВЕРСИИ 2025

- ПОШАГОВОЕ РЕШЕНИЕ 10 ВАРИАНТОВ
- СБОРНИК ЗАДАЧ
- ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ВАРИАНТАМ И ЗАДАНИЯМ



Примеры задач

- 17** Окружность, проходящая через вершины A , C и D прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , пересекает меньшую боковую сторону AB в точке P и касается прямой BC . Известно, что $AD = CD$.
- а) Докажите, что CP — биссектриса угла ACB .
- б) В каком отношении прямая DP делит площадь трапеции?



Решение

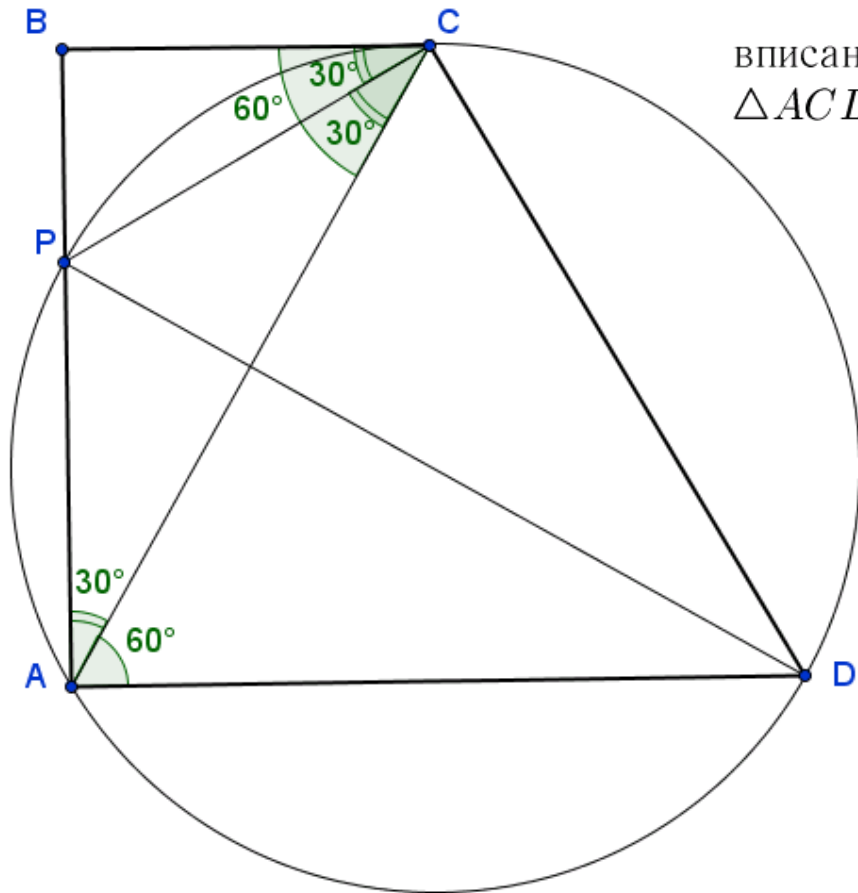
а) 1. Так как $AD = CD$, то $\triangle ACD$ равнобедренный.
Значит, $\angle CAD = \angle ACD$.

2. $\angle CAD = \angle ACB$ как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AC .

3. $\angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$ как угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания. Но $\angle ADC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$ как вписанный угол. Значит, $\angle ACB = \angle ADC$. Таким образом, $\triangle ACD$ равносторонний и $\angle ACB = \angle CAD = 60^\circ$.

4. $\angle PCB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{PC}$ как угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания. Но $\angle PAC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{PC}$ как вписанный угол. Значит, $\angle PCB = \angle PAC$.

5. Так как $\angle PAC = 90^\circ - \angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, то $\angle PCA = \angle ACB - \angle PCB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, то есть $\angle PCB = \angle PCA$ и CP — биссектриса $\angle ACB$.



Решение

б) 1. Обозначим сторону равностороннего треугольника ACD через a . Тогда в прямоугольном $\triangle ABC$ $AC = a$, $BC = \frac{a}{2}$ как катет, лежащий против угла в 30° . По теореме Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$2. S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.$$

3. Так как CP — биссектриса $\triangle ABC$, то

$$\frac{BP}{PA} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}.$$

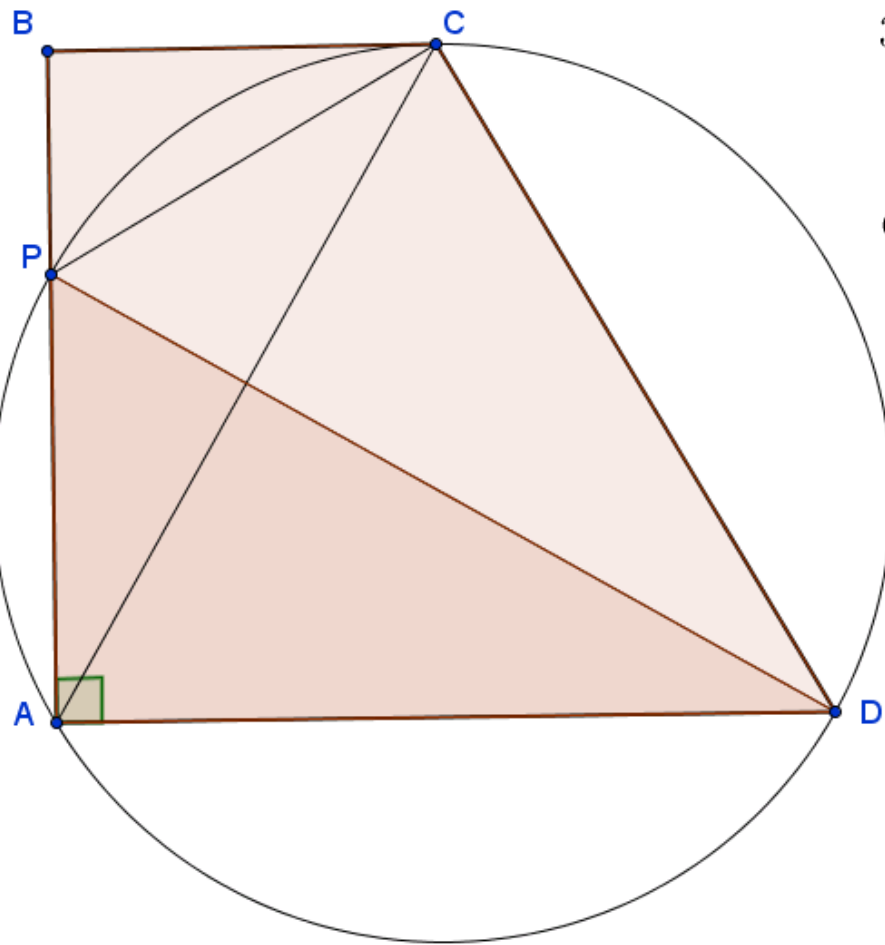
Отсюда, $PA = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$4. S_{PAD} = \frac{1}{2} \cdot PA \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}.$$

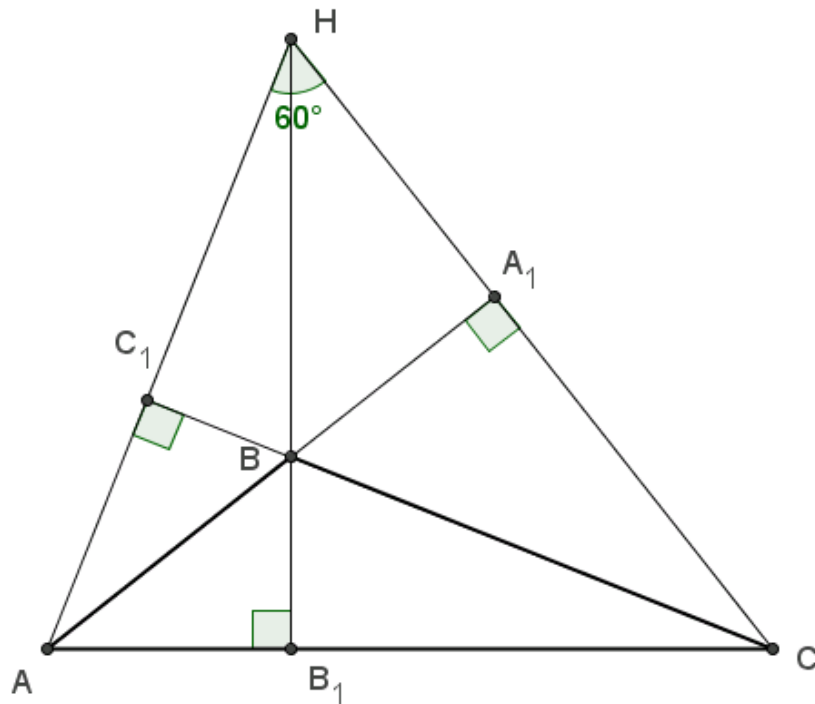
$$5. S_{BCDP} = S_{ABCD} - S_{PAD} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} - \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{5}{24}a^2\sqrt{3}.$$

$$6. S_{BCDP} : S_{PAD} = \frac{5}{24}a^2\sqrt{3} : \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = 5 : 4.$$

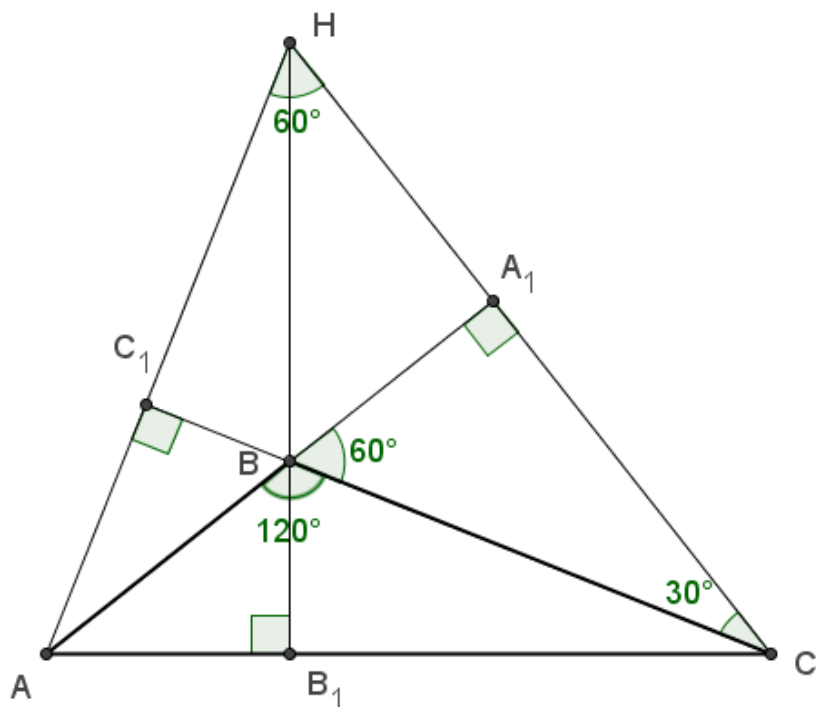
Ответ: $5 : 4$.



- 17** Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H . Угол AHC равен 60° .
- а) Докажите, что угол $ABC = 120^\circ$.
- б) Найдите BH , если $AB = 6$, $BC = 10$.



Решение

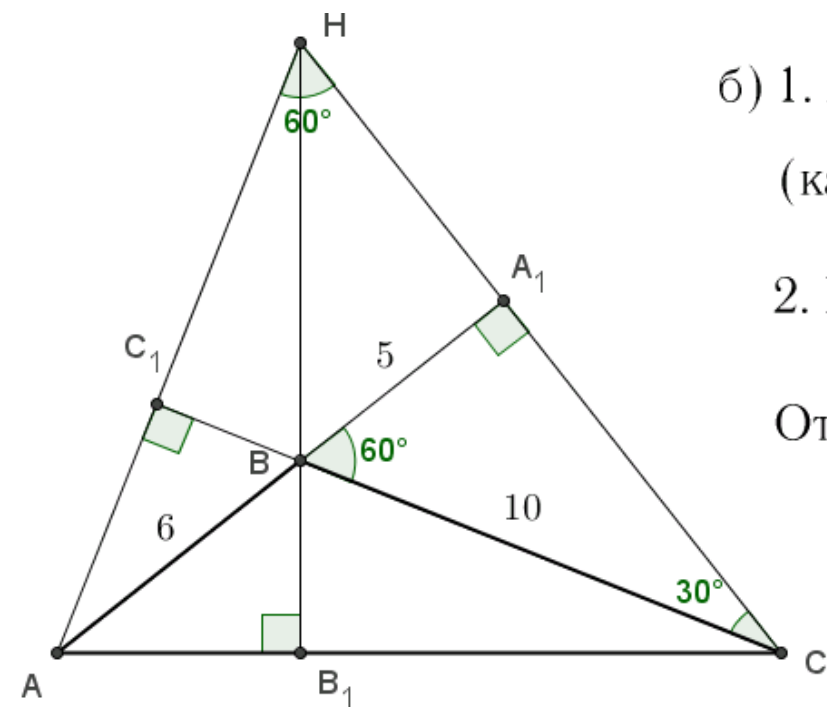


а) 1. В прямоугольном $\triangle CC_1H$:
 $\angle C = 90^\circ - \angle H = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

2. В прямоугольном $\triangle A_1BC$:
 $\angle A_1BC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

3. Так как $\angle ABA_1$ развёрнутый, то
 $\angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Решение (продолжение)



б) 1. $A_1B = \frac{1}{2}BC = 5$

(катет лежит против угла в 30° в $\triangle A_1BC$).

2. В прямоугольном $\triangle AA_1H$: $\operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{A_1H}{AA_1}$.

Отсюда, $A_1H = AA_1 \operatorname{ctg} 60^\circ = (6 + 5) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sqrt{3}}$.

3. По теореме Пифагора

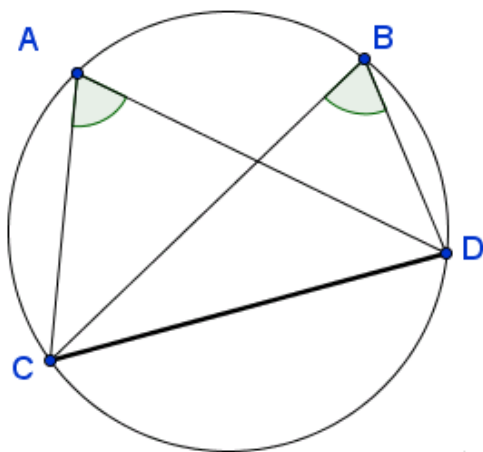
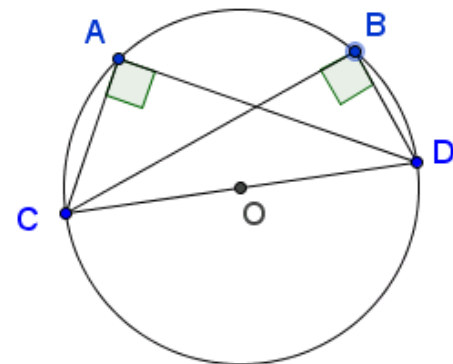
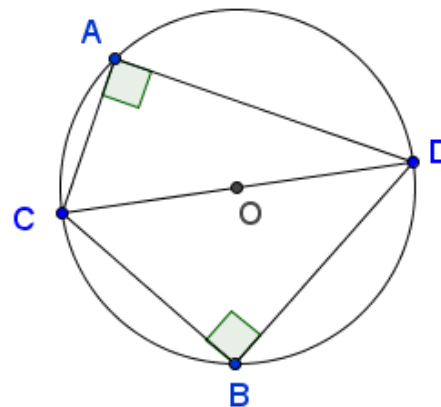
$$BH = \sqrt{A_1B^2 + A_1H^2} = \sqrt{5^2 + \frac{11^2}{3}} = \sqrt{\frac{196}{3}} = \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: б) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$.

Условие принадлежности четырёх точек одной окружности

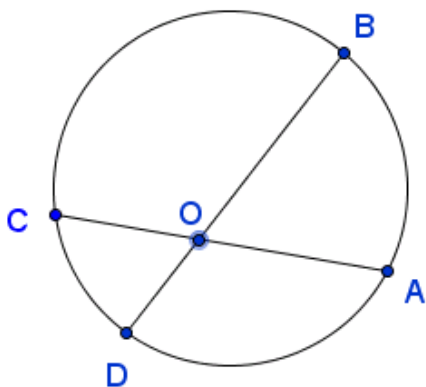
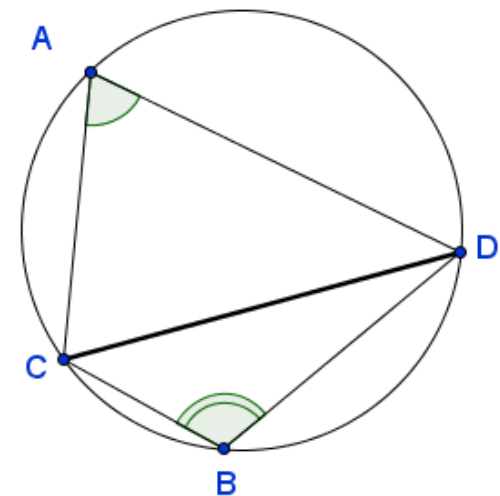
Если выполняется одно из следующих условий, то четыре точки A, B, C и D лежат на одной окружности.

а) $\angle CAD = \angle CBD = 90^\circ$.



б) Точки A и B лежат по одну сторону от прямой CD и $\angle CAD = \angle CBD$.

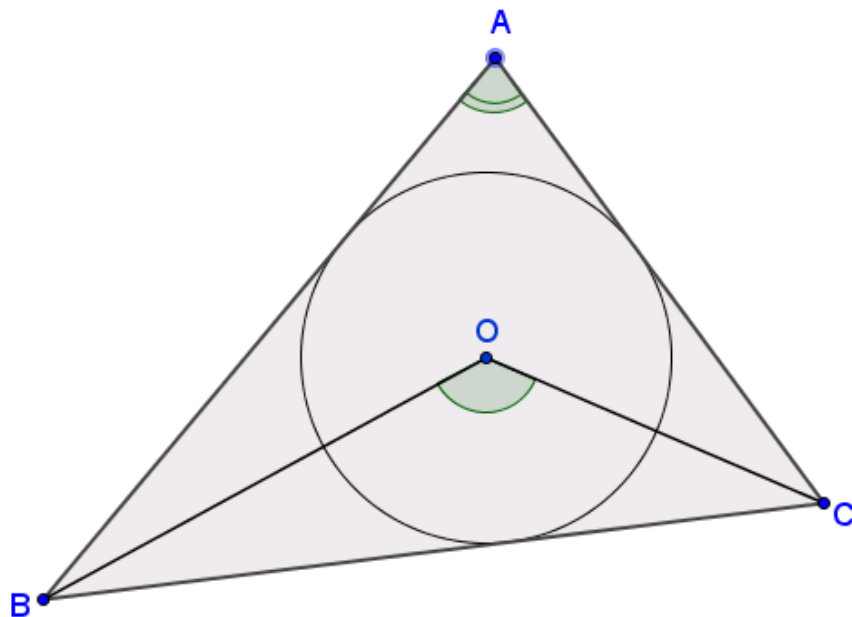
в) Точки A и B лежат по разные стороны от прямой CD и $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$.



г) Прямые AC и BD пересекаются в точке O и $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.

Теорема. Если O — центр вписанной окружности треугольника ABC , то

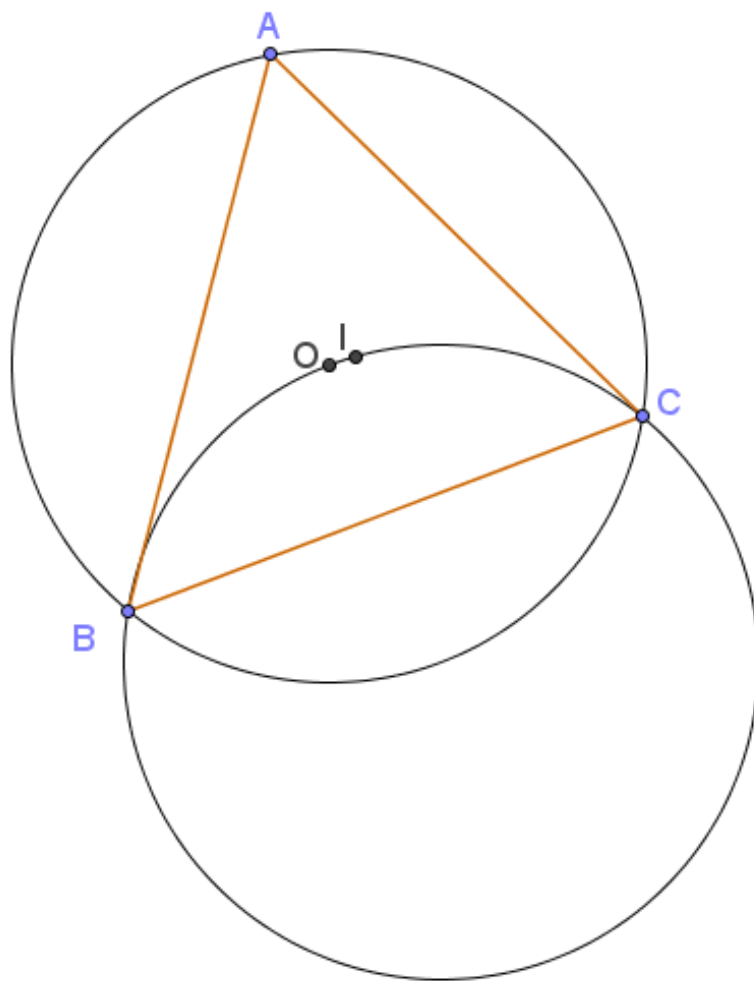
$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$



17 Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .

б) Найдите угол OIH , если $\angle ABC = 55^\circ$.



Решение

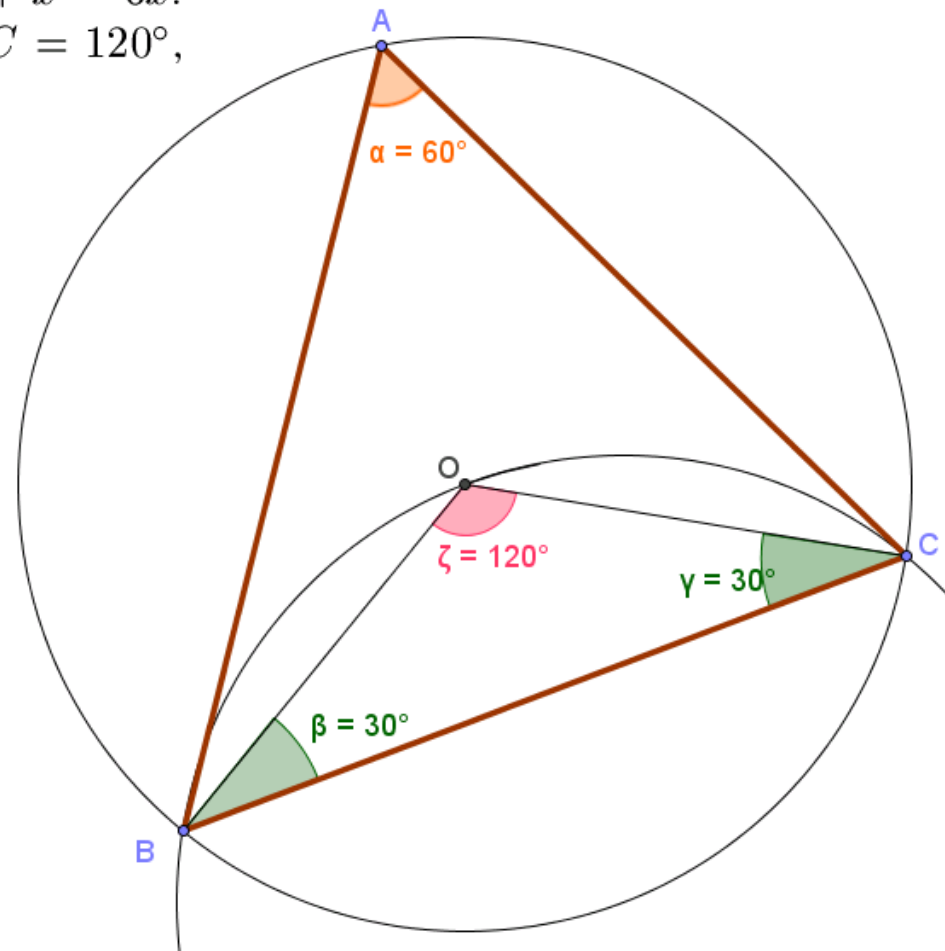
а) 1. Так как OB и OC — радиусы описанной вокруг треугольника ABC окружности, то $OB = OC$ и $\triangle OBC$ равнобедренный. Значит, $\angle OBC = \angle OCB$.

Пусть $\angle OBC = \angle OCB = x$.

Тогда, по условию $\angle A = \angle OBC + \angle OCB = 2x$, $\angle BOC = 2\angle A = 4x$, так как $\angle A$ и $\angle BOC$ вписанный и центральный углы, опирающиеся на одну и ту же дугу окружности.

В треугольнике BOC сумма углов равна $4x + x + x = 6x$.

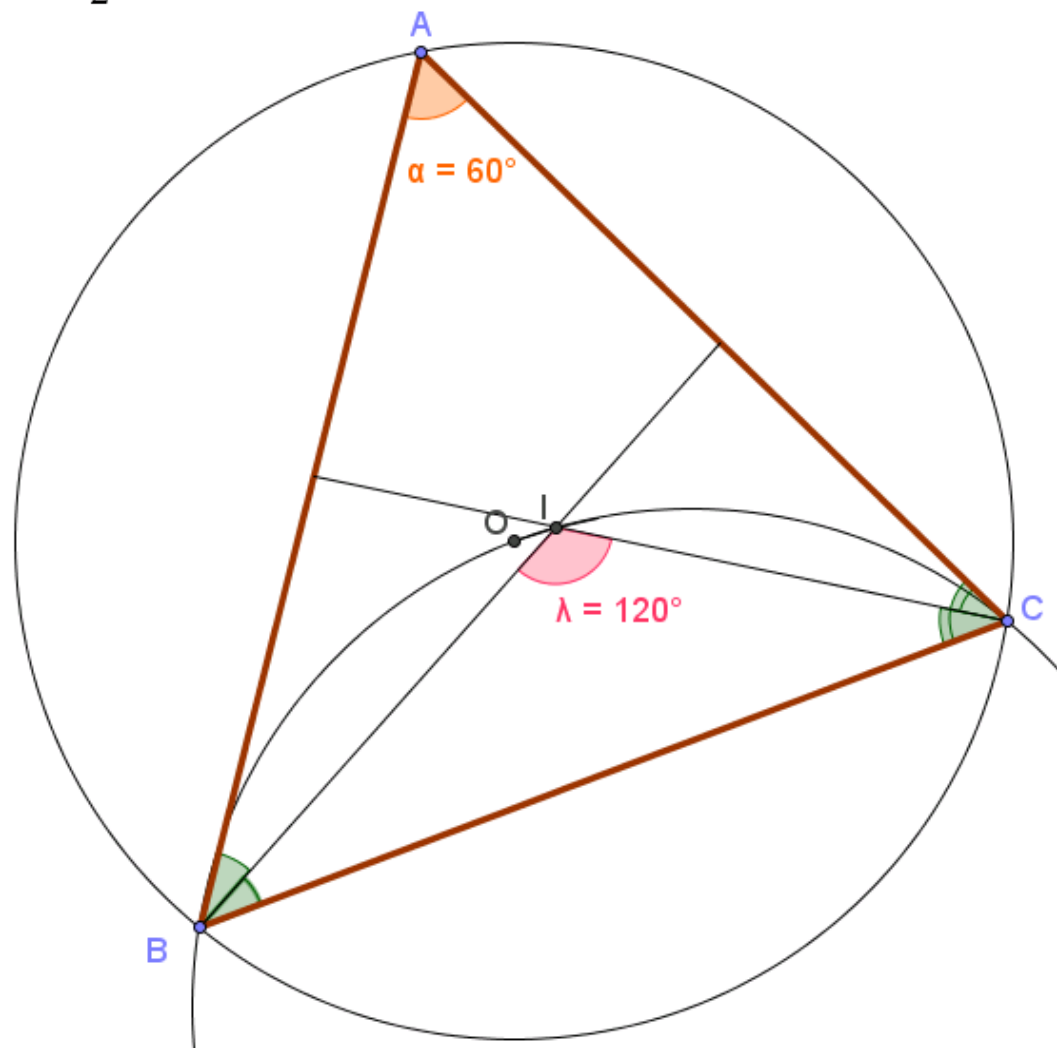
Тогда $6x = 180^\circ$, $x = 30^\circ$. Следовательно, $\angle BOC = 120^\circ$, $\angle A = 60^\circ$ и $\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$.



$$2. \angle BIC = 180^\circ - \frac{\angle B}{2} - \frac{\angle C}{2} = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) \quad (I \text{ — точка пересечения биссектрис}).$$

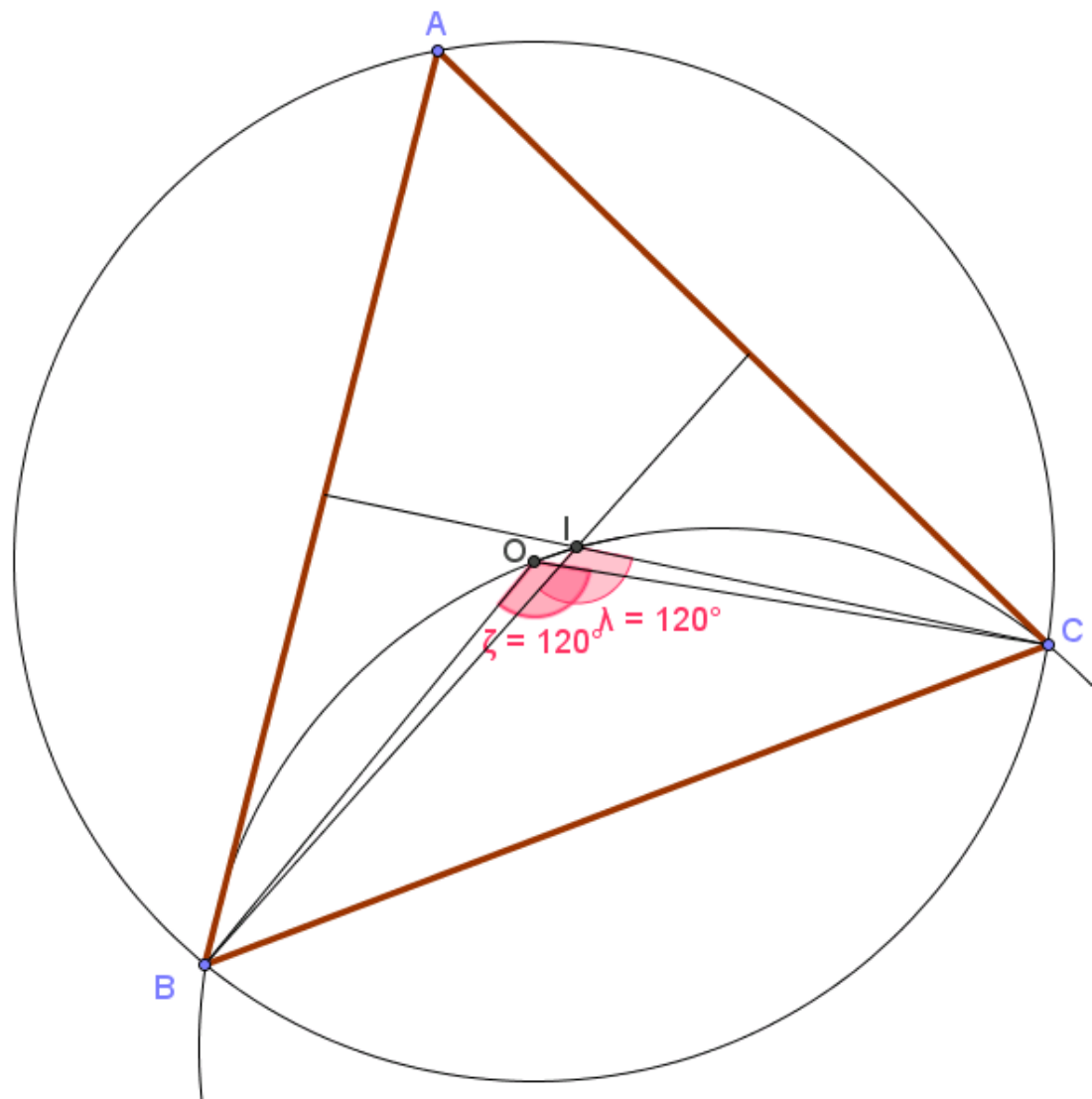
Но из треугольника ABC следует, что $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$. Тогда

$$\angle BIC = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{\angle A}{2} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ.$$



3. Так как $\angle BOC = \angle BIC$, то отрезок BC из точек O и I виден под одним и тем же углом.

Значит, точки B, C, I и O лежат на одной окружности — окружности, описанной около треугольника BOC .



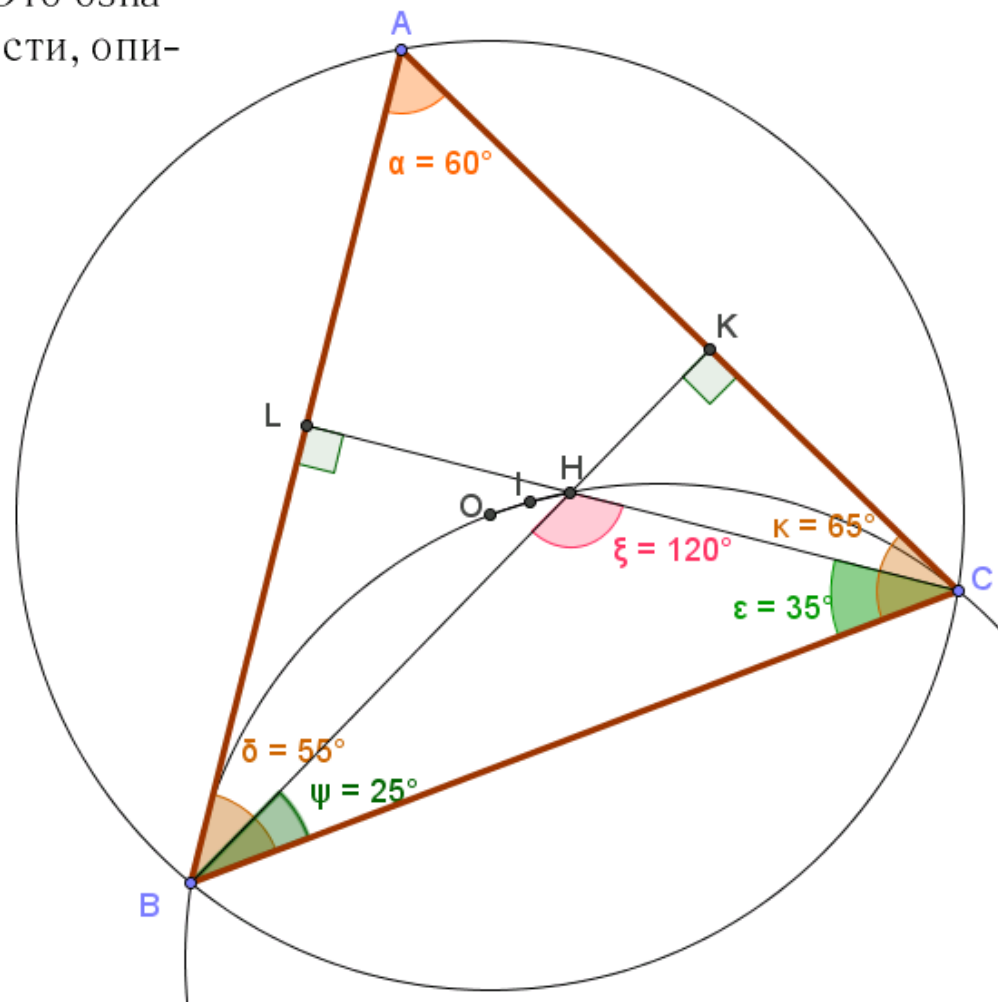
б) 1. Так как по условию $\angle B = 55^\circ$, то
 $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 55^\circ = 65^\circ$.

2. Так как треугольники BCL и BKC прямоугольные, то

$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ \text{ и}$$

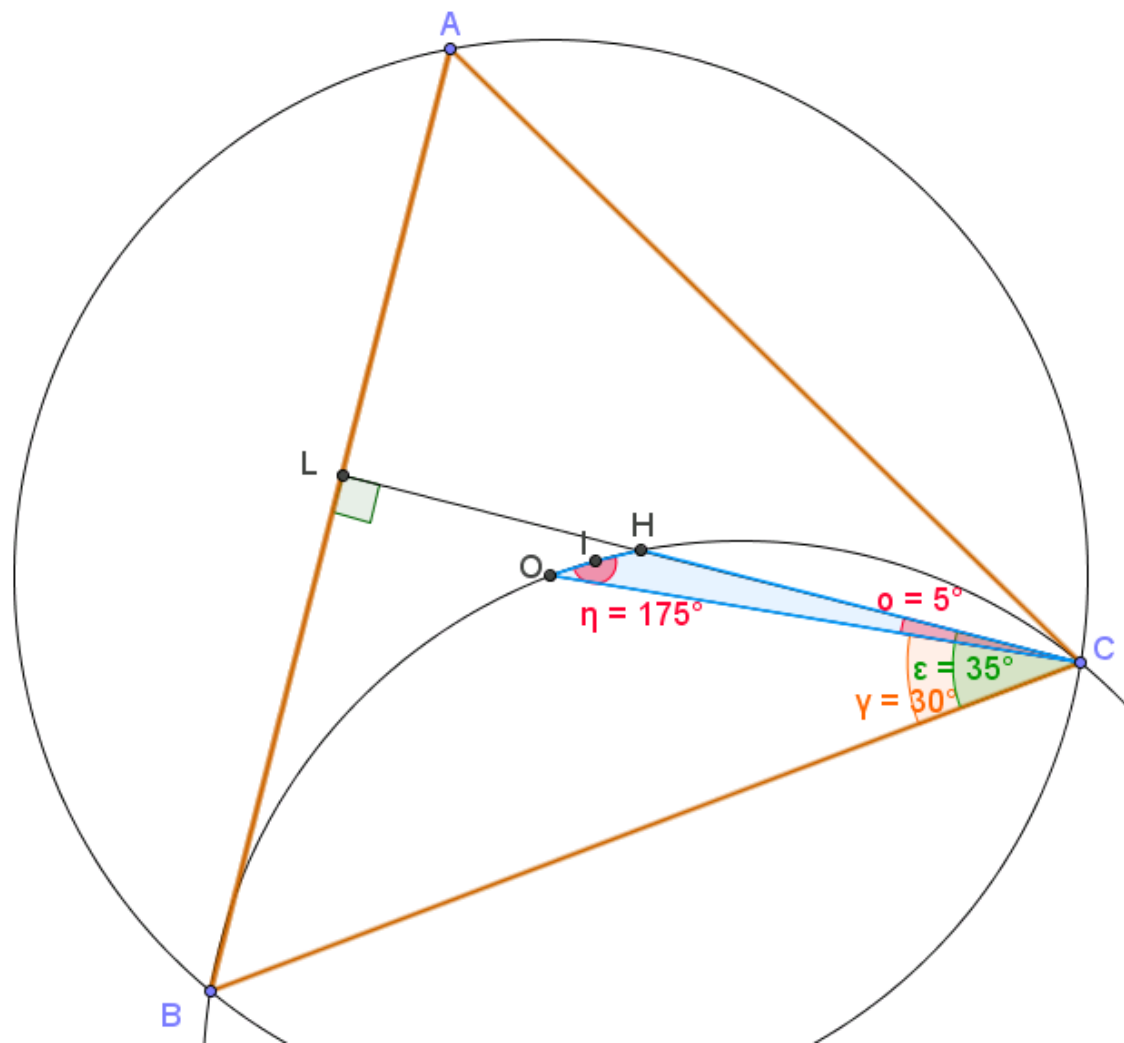
$$\angle HCB = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ.$$

Тогда $\angle BHC = 180^\circ - 25^\circ - 35^\circ = 120^\circ$. Это означает, что точка H также лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .



3. Четырёхугольник $OIHС$ вписан в окружность.
 Значит, $\angle OIH = 180^\circ - \angle OCH$.
 Но $\angle OCH = \angle HCB - \angle OCB = 35^\circ - 30^\circ = 5^\circ$.
 Следовательно, $\angle OIH = 180^\circ - 5^\circ = 175^\circ$.

Ответ: 175° .

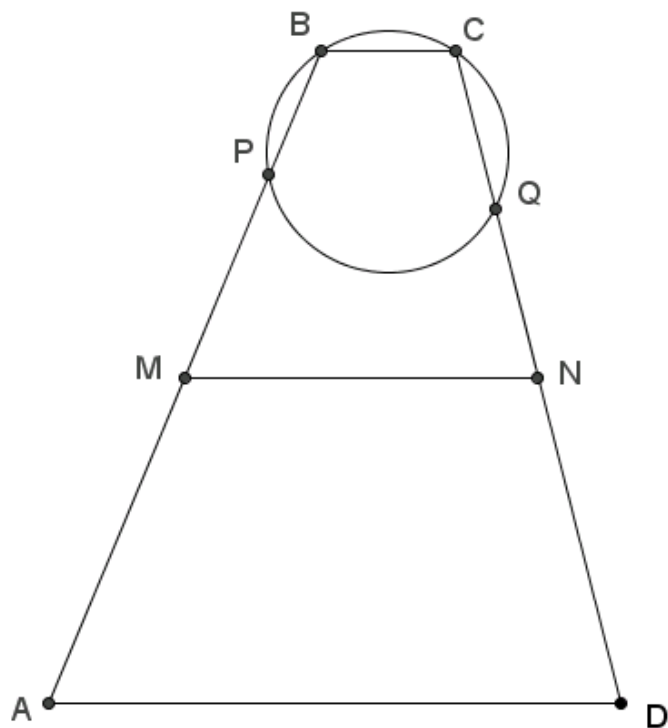


17

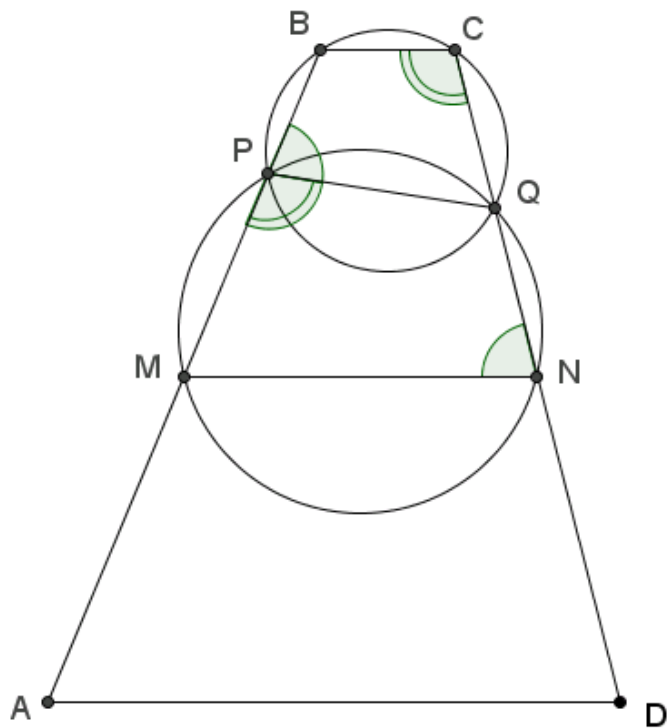
Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков) соответственно.

а) Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите QN , если отрезки DP и PC перпендикулярны, $AB=21$, $BC=4$, $CD=20$, $AD=17$.



Решение 1



а) 1) Так как четырёхугольник $PBCQ$ вписан в окружность, то $\angle BPC + \angle BCQ = 180^\circ$.

Так как $\angle BPM$ развёрнутый, то $\angle BPC + \angle CPM = 180^\circ$. Следовательно, $\angle BCQ = \angle CPM$.

2) Так как MN — средняя линия трапеции $ABCD$, то $MN \parallel BC$ и $MBCN$ — тоже трапеция. Отсюда, $\angle MNQ + \angle BCQ = 180^\circ$.

3) Так как $\angle BCQ = \angle CPM$, то $\angle MNQ + \angle CPM = 180^\circ$.

Так как в четырёхугольнике $MPQN$ сумма противоположных углов равна 180° , то вокруг $MPQN$ можно описать окружность.

Решение 1 (продолжение)

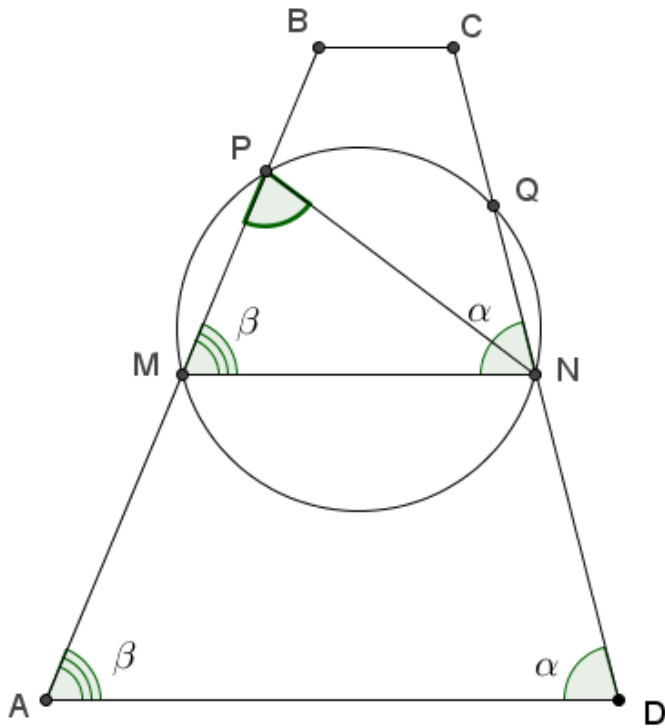
б) 1) Пусть h — высота трапеции $ABCD$.

$$\text{Тогда } \sin \alpha = \frac{h}{CD} = \frac{h}{20}, \sin \beta = \frac{h}{AB} = \frac{h}{21}.$$

$$\text{Отсюда, } \sin \alpha = \frac{21}{20} \sin \beta.$$

2) Так как PN — медиана прямоугольного $\triangle CPD$, проведённая из вершины прямого угла, то $PN = \frac{1}{2}CD = 10$.

$$MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{4 + 17}{2} = 10,5 \text{ (} MN \text{ — средняя линия } ABCD \text{)}.$$



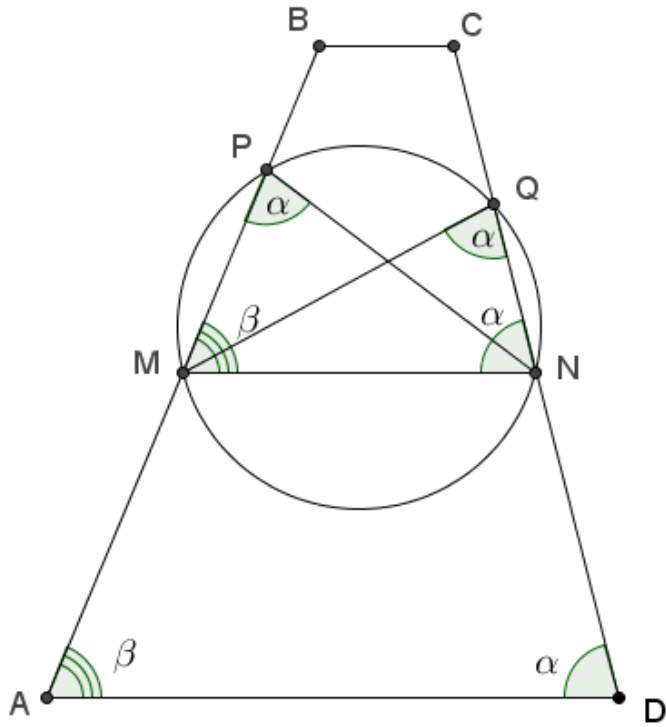
3) Так как $MN \parallel AD$, то $\angle MNC = \angle ADC = \alpha$ и $\angle BMN = \angle BAD = \beta$ как соответственные углы.

По теореме синусов для $\triangle MNP$:

$$\frac{MN}{\sin \angle MPN} = \frac{PN}{\sin \beta}.$$

$$\text{Отсюда, } \sin \angle MPN = \frac{MN}{PN} \sin \beta = \frac{21}{20} \sin \beta.$$

Решение 1 (продолжение)



4) Из пунктов 1 и 3 следует, что $\sin \angle MPN = \sin \alpha$.
Значит, $\angle MPN = \alpha$ или $\alpha + \angle MPN = 180^\circ$.

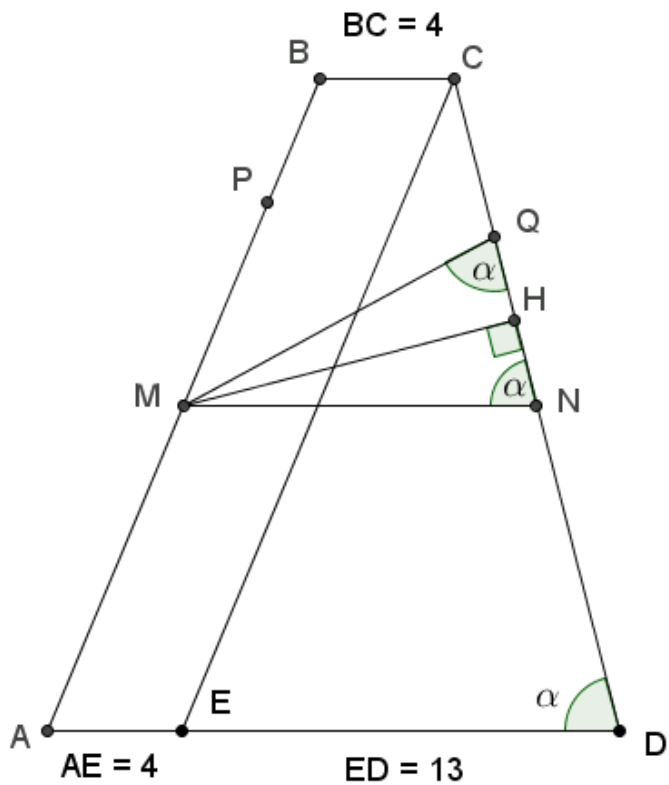
5) Предположим, что $\alpha + \angle MPN = 180^\circ$. Тогда точки A, P, N и D лежат на одной окружности. В пункте а) доказано, что точки M, P, Q и N лежат на одной окружности. Значит и точки A, P, Q и D тоже лежат на одной окружности, так как $MN \parallel AD$.

Отсюда следует, что точки Q и N совпадают, что противоречит условию.

Итак, $\angle MPN = \alpha$.

6) $\angle MPN = \angle MQN = \alpha$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу. Следовательно, $\triangle MQN$ равнобедренный.

Решение 1 (окончание)



7) Пусть $CE \parallel AB$. Тогда по теореме косинусов для $\triangle CED$:

$$CE^2 = CD^2 + ED^2 - 2 \cdot CD \cdot ED \cdot \cos \alpha;$$

$$21^2 = 20^2 + 13^2 - 2 \cdot 20 \cdot 13 \cdot \cos \alpha;$$

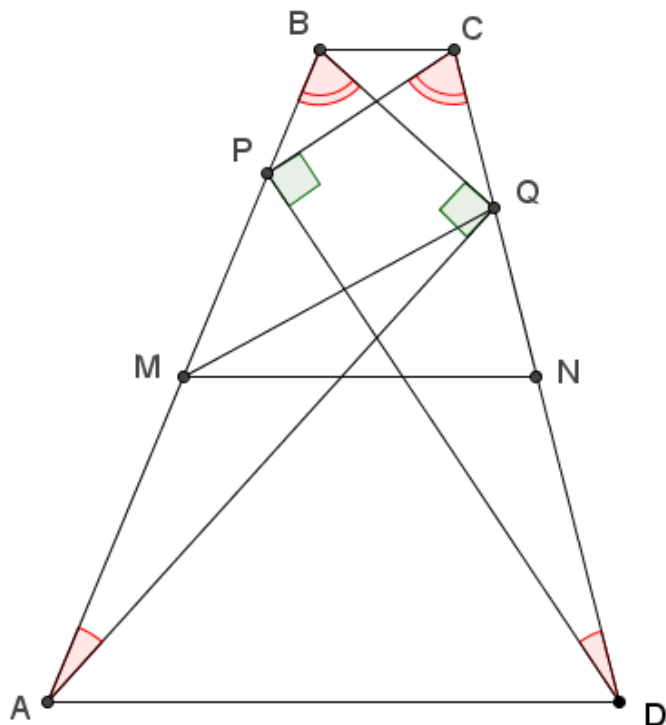
$$\cos \alpha = \frac{16}{65}.$$

8) Пусть MH — высота и медиана равнобедренного $\triangle MQN$. Тогда

$$QN = 2NH = 2 \cdot MN \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 10,5 \cdot \frac{16}{65} = \frac{336}{65}.$$

Ответ: $\frac{336}{65}$.

Решение 2



а) См. решение 1.

б) 1) В пункте а) доказано, что точки M, P, Q и N лежат на одной окружности. Значит и точки A, P, Q и D тоже лежат на одной окружности, так как $MN \parallel AD$.

2) $\angle PBQ = \angle PCQ$ и $\angle PAQ = \angle PDQ$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу.

Так как в $\triangle ABQ$ сумма острых углов равна 90° , то этот треугольник прямоугольный.

3) Так как MQ — медиана прямоугольного $\triangle ABQ$, проведённая из вершины прямого угла, то $MQ = \frac{1}{2}AB = 10,5$.

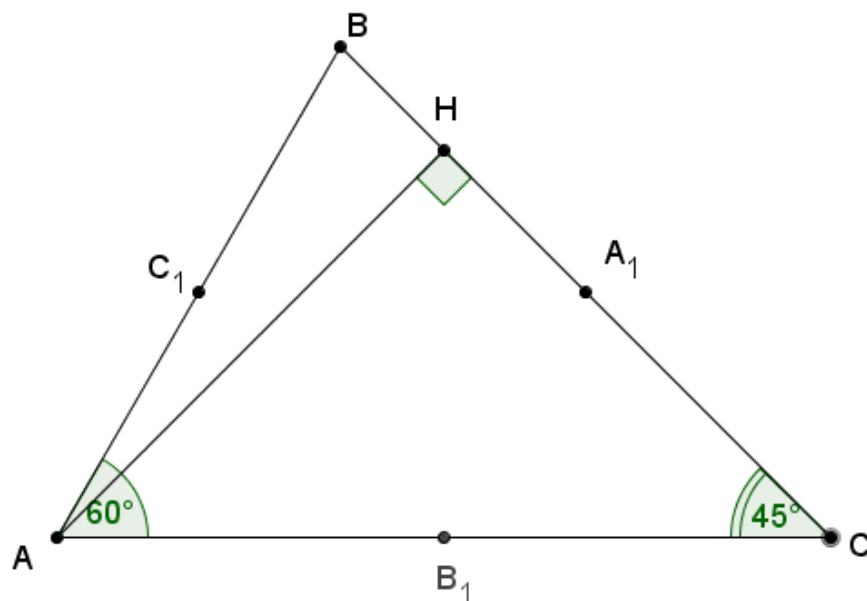
$MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{4 + 17}{2} = 10,5$ (MN — средняя линия $ABCD$).

Таким образом, $\triangle MQN$ равнобедренный.

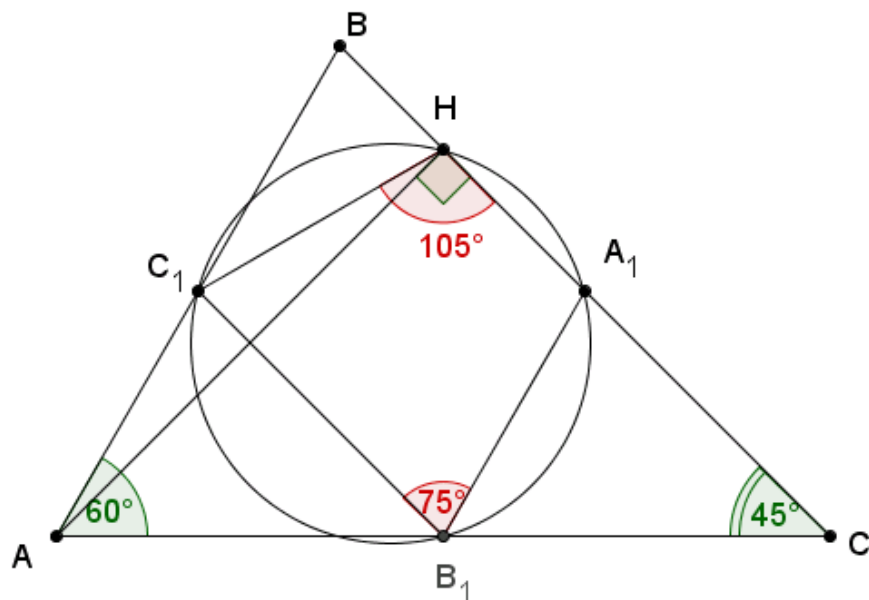
Далее аналогично пунктам 7 и 8 части б) решения 1.

Ответ: $\frac{336}{65}$.

- 17** В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.
- а) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$.



Решение



а) 1) Так как A_1B_1 и C_1B_1 — средние линии треугольника ABC , то $A_1B_1 \parallel AB$ и $C_1B_1 \parallel BC$. Значит, $A_1B_1C_1B$ — параллелограмм.

Отсюда, $\angle A_1B_1C_1 = \angle B =$
 $= 180^\circ - \angle A - \angle C =$
 $= 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ.$

2) В прямоугольном $\triangle ABH$ медиана HC_1 проведена

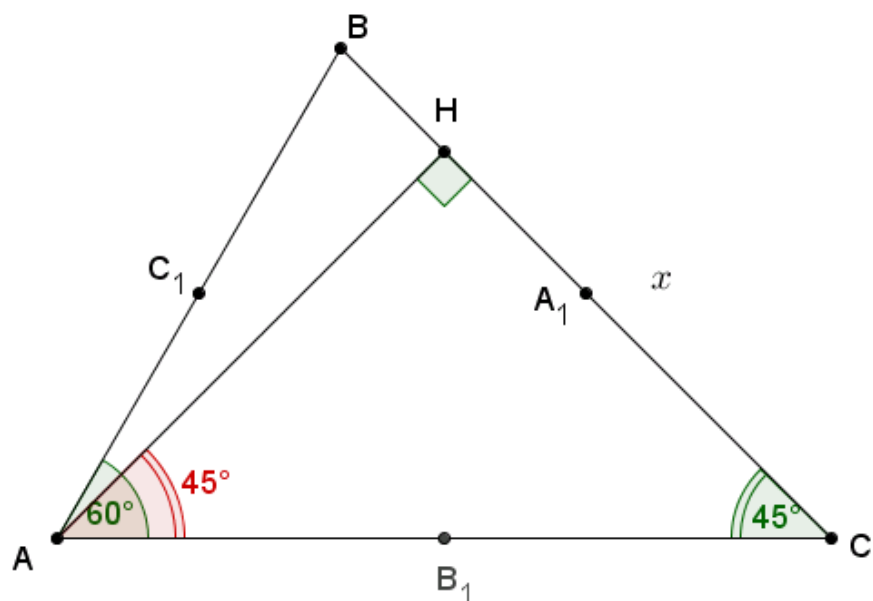
к гипотенузе. Значит, $HC_1 = \frac{1}{2}AB = BC_1$,

то есть $\triangle C_1BH$ равнобедренный.

Тогда $\angle C_1HB = \angle B = 75^\circ$.

Отсюда, $\angle A_1HC_1 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

3) Так как $\angle A_1HC_1 + \angle A_1B_1C_1 = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$,
то точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.



б) 1) По теореме синусов для $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B};$$

$$AC = \frac{BC \sin B}{\sin A} = \frac{2\sqrt{3} \sin 75^\circ}{\sin 60^\circ} = 4 \sin 75^\circ.$$

Так как $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) =$
 $= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{4}$, то
 $AC = 4 \sin 75^\circ = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1).$

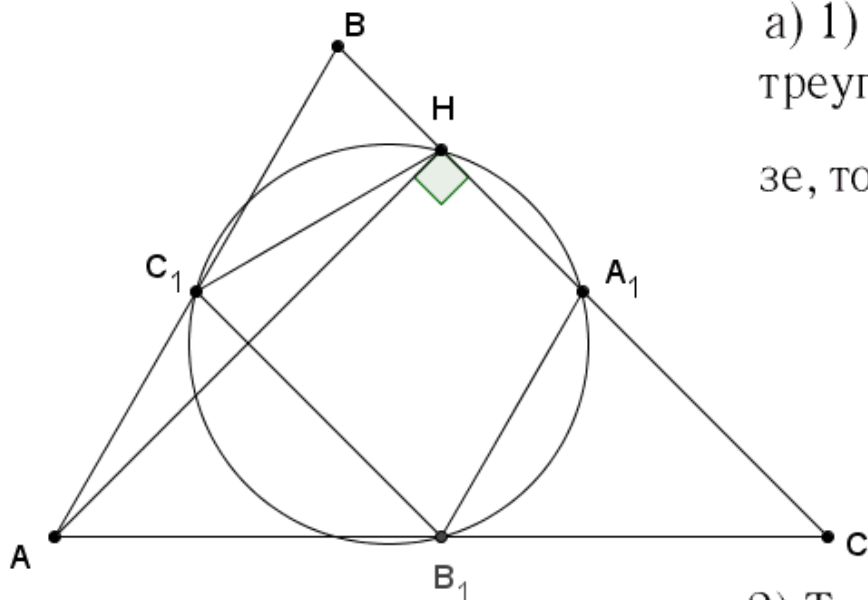
2) Пусть $CH = x$. По теореме Пифагора для равнобедренного $\triangle ACH$:

$$2x^2 = AC^2. \text{ Отсюда, } x = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} + 1.$$

$$3) A_1H = CH - \frac{BC}{2} = x - \frac{BC}{2} = \sqrt{3} + 1 - \frac{2\sqrt{3}}{2} = 1.$$

Ответ: 1.

Другое решение пункта а)

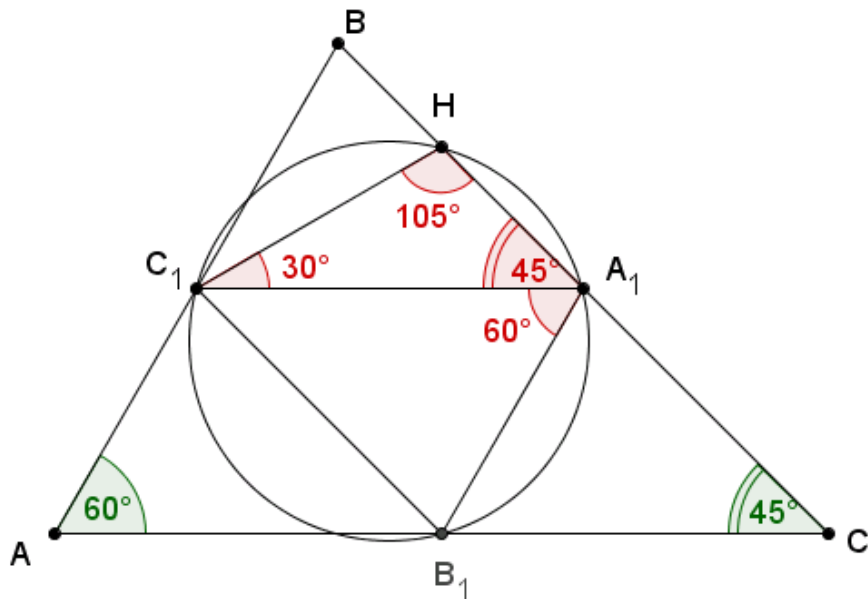


а) 1) Так как HC_1 — медиана прямоугольного треугольника ABH , проведённая к гипотенузе, то $C_1H = \frac{1}{2}AB$.

2) Так как A_1B_1 — средняя линия $\triangle ABC$, то $A_1B_1 = \frac{1}{2}AB$. Значит, $C_1H = A_1B_1$.

3) Так как B_1C_1 — средняя линия $\triangle ABC$, то $B_1C_1 \parallel A_1H$. Таким образом, $A_1B_1C_1H$ — равнобокая трапеция. Следовательно, вокруг точек A_1 , B_1 , C_1 и H можно описать окружность.

Другое решение пункта б)



б) 1) Так как $A_1C_1 \parallel AC$, то $\angle C_1A_1H = \angle ACB$ как соответственные. Значит,

$$\angle A_1C_1H = 180^\circ - 105^\circ - 45^\circ = 30^\circ.$$

По обобщённой теореме синусов для $\triangle A_1C_1H$: $\frac{A_1H}{\sin 30^\circ} = 2R$, где R —

радиус окружности, проходящей через точки A_1, B_1, C_1 и H . Отсюда, $A_1H = 2R \sin 30^\circ = R$.

2) Так как стороны $\triangle A_1B_1C_1$ соответственно параллельны сторонам $\triangle ABC$, то эти треугольники подобны. Значит, $\angle B_1A_1C_1 = \angle BAC = 60^\circ$.

Тогда по обобщённой теореме синусов для $\triangle A_1B_1C_1$: $\frac{B_1C_1}{\sin 60^\circ} = 2R$. От-

$$\text{сюда, } R = \frac{B_1C_1}{2 \sin 60^\circ} = \frac{BC}{4 \sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

($B_1C_1 = \frac{BC}{2}$, так как B_1C_1 — средняя линия $\triangle ABC$).

3) $A_1H = R = 1$.

Ответ: 1.

17

На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 8 : 3$; $BA_1 : A_1C = 1 : 2$; $CB_1 : B_1A = 3 : 1$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что ADA_1B_1 — параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 16$, $BC = 9$.

Решение

а) Пусть $AC = 4z$; $AB = 11x$, $BC = 3y$. Тогда $CB_1 = 3z$, $B_1A = z$, $BA_1 = y$, $CA_1 = 2y$, $AC_1 = 8x$, $C_1B = 3x$ по условию.

1. Построим $B_1K \parallel CC_1$.

Так как $\triangle AB_1K \sim \triangle ACC_1$, то $\frac{AK}{KC_1} = \frac{AB_1}{B_1C} = \frac{1}{3}$.

Отсюда $AK = 2x$, $KC_1 = 6x$.

2. Так как $C_1D \parallel B_1K$, то $\triangle BDC_1 \sim \triangle BB_1K$.

Отсюда $\frac{BD}{DB_1} = \frac{BC_1}{C_1K} = \frac{3x}{6x} = \frac{1}{2}$.

Пусть $BD = t$, тогда $DB_1 = 2t$.

3. $\triangle BDA_1 \sim \triangle BB_1C$ по двум пропорциональным сторонам и углу между ними

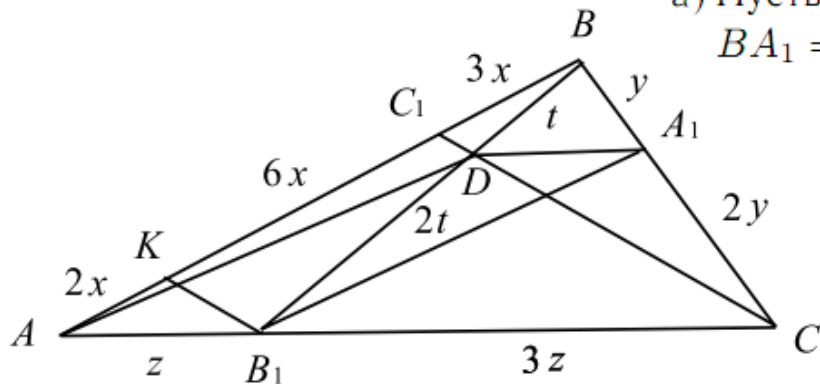
$(\angle CBB_1$ — общий, $\frac{BD}{BB_1} = \frac{BA_1}{BC} = \frac{1}{3})$.

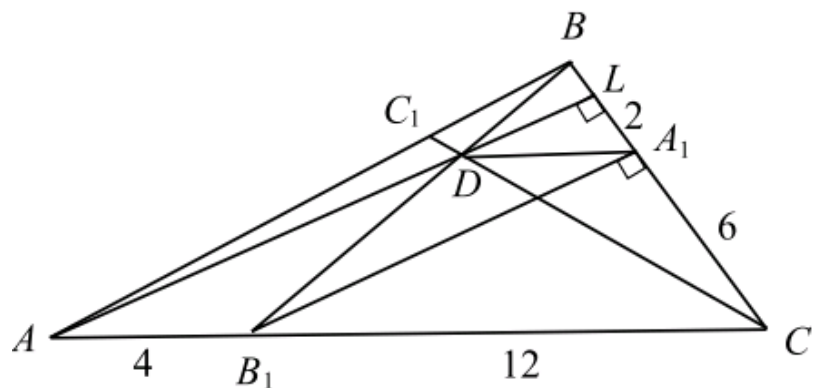
Значит, $A_1D \parallel B_1C$, так как соответственные углы при секущей BC равны ($\angle BA_1D = \angle BCB_1$).

Итак, $A_1D \parallel AB_1$.

4. Так как $\frac{A_1D}{B_1C} = \frac{1}{3}$, то $A_1D = \frac{1}{3}B_1C$. Но $AB_1 = \frac{1}{3}B_1C$ по условию, значит $A_1D = AB_1$.

Итак, ADA_1B_1 — параллелограмм, так как противоположные стороны A_1D и AB_1 равны и параллельны.





б) Продолжим AD до пересечения с BC в точке L .

Так как $AC = 16$, $BC = 9$, то $AB_1 = 4$,

$B_1C = 12$, $CA_1 = 6$, $BA_1 = 3$.

1. Так как ADA_1B_1 — параллелограмм, то $AL \parallel B_1A_1$.

Значит, $\triangle CA_1B_1 \sim \triangle CLA$. Тогда $\frac{CA_1}{A_1L} = \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{12}{4} = 3$.

Значит, $A_1L = \frac{1}{3}CA_1 = \frac{6}{3} = 2$.

2. Так как $A_1D \parallel AB_1$, то $\triangle LDA_1 \sim \triangle LAC$.

Тогда $\frac{LD}{LA} = \frac{LA_1}{LC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;

$LD = \frac{1}{4}LA = \frac{1}{4}\sqrt{AC^2 - LC^2} = \frac{1}{4}\sqrt{16^2 - 8^2} = \frac{1}{4} \cdot 8\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

3. $CD = \sqrt{LD^2 + LC^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$.

Ответ: б) $2\sqrt{19}$.

Где купить?



Официальный интернет-магазин
издательства «Легион» www.legionr.ru

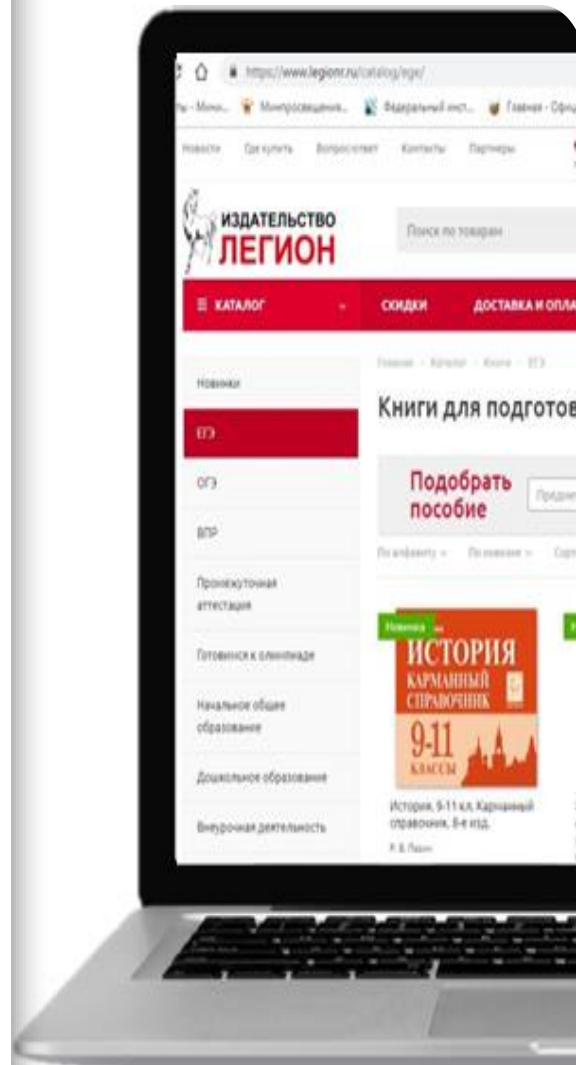
Оплата наличными, банковским
переводом, при получении. Доставка
«Почтой России» или транспортной
компанией. Скидки.




Интернет-магазины
www.ozon.ru, www.labirint.ru





Книжные магазины города



Бесплатные вебинары, именные сертификаты на www.legionr.ru

 **ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕГИОН**










Поиск по товарам 

 Корзина пуста

КАТАЛОГ **СКИДКИ** **ДОСТАВКА И ОПЛАТА** **ВЕБИНАРЫ** **ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ** **МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ** ...

Главная - Вебинары - Вебинары

Вебинары для учителей и учащихся

Новинки	РУССКИЙ ЯЗЫК 	МАТЕМАТИКА 	ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ 
ЕГЭ	ФИЗИКА 	БИОЛОГИЯ 	ИСТОРИЯ 
ОГЭ	ХИМИЯ 	ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК 	ИНФОРМАТИКА 
ВПР			
Промежуточная аттестация			
Готовимся к олимпиаде			
Начальное общее образование			
Дошкольное образование			
Внеурочная деятельность			
Тематические тесты			



Издательство, отдел оптовых продаж

+7 (863) 303-05-50

legionrus@legionrus.com

Интернет-магазин

+7 (800) 707-37-12

+7 (863) 285-09-77

bookweb@legionrus.com



www.legionr.ru



Спасибо за внимание!