Алгебра 2 часть

Тематическая принадлежность заданий осталась неизменной по сравнению с 2023 г.

- № 20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений или систем уравнений,
- № 21 – текстовая задача,
- № 22 – построение графика функции,
- № 23 – геометрическая задача на вычисление,
- № 24 – геометрическая задача на доказательство,
- № 25 – геометрическая задача высокого уровня сложности.

Цель	Содержание	Проверяемые умения
•Проверка владения материалом на повышенном уровне для выявления наиболее подготовленных выпускников, которые будут обучаться в профильных классах.	• Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности – от простых к сложным, предполагающим свободное владение материалом и высокий уровень математической культуры.	• Все задания второй части носят комплексный характер. Они позволяют проверить способность к соединению знаний из различных тем школьного курса, владение широким набором приемов и способов рассуждений, а также умение грамотно записать решение.

Требование к выполнению заданий с развернутым ответом:

2 балла - решение должно быть математически грамотным и завершенным. Из решения должен быть понятен ход рассуждений.

- участник экзамена может ограничиться краткими пояснениями без подробного описания известных алгоритмов и ссылок на общеизвестные факты.

- лаконичное решение, содержащее все основные шаги решения, не содержащее неверных утверждений и ошибочных выкладок, следует рассматривать как решение без недостатков.

При этом решение может содержать **описки, не влияющие на ход решения и ответ, несущественные неточности в терминологии или обозначениях**. Также **не снижаются баллы** за нерациональное решение, решение содержащее избыточные рассуждения.

1 балл - участник экзамена решил задачу, но решение не доведено до численного ответа или допущена непринципиальная вычислительная ошибка, не влияющая на ход решения, или имеются несущественные недостатки (например, отсутствие обоснования вспомогательных фактов).

0 баллов - решение отсутствует (в частности, приведен только верный ответ), или состоит из фрагментарных записей, несвязных рассуждений или содержит существенную математическую ошибку, или, если незначительная ошибка в записях или даже описка привели к изменению задачи.

«Ошибка вычислительного характера»

- это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления. В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка стала причиной того, что неверен ответ.
- К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Задание №20 включает в себя следующие разделы:

- Алгебраические выражения
- Уравнения
- Системы уравнений
- Неравенства
- Системы неравенств

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2+3y^2=11, \\ 4x^2+6y^2=11x. \end{cases}$

Решение.
Преобразуем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2+3y^2=11, \\ 22=11x; \end{cases} \begin{cases} 3y^2+8=11, \\ x=2; \end{cases} \begin{cases} y^2=1, \\ x=2, \end{cases}$$

откуда получаем решения системы уравнений: $(2;-1)$ и $(2;1)$.

Ответ: $(2;1)$; $(2;-1)$.

Ошибки : неверно записан ответ.
Поменяли местами x и y. -1 балл

Можем выразить 11 из второго уравнения, но не указать, что x= 0 . 0 балов

№20. $\begin{cases} 2x^2+3y^2=11 \\ 4x^2+6y^2=11x \end{cases} \Big| \cdot(-2) \quad \begin{cases} -4x^2-6y^2=-22 \\ 4x^2+6y^2-11x=0 \end{cases}$

$-11x=-22 \,\big|\, :(-11)$

$x=2$

$2\cdot 2^2+3y^2=11$

$2\cdot 4+3y^2=11$

$8+3y^2=11$

$3y^2=11-8$

$3y^2=3 \,\big|\, :3$

$y^2=1$

$y=\pm\sqrt{1}$

$y=\pm 1$

Ответ: $x=2,\ y=\pm 1$

Вынести , как дополнительные вычисления.

]

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$

Решение.
Правые части уравнений системы равны, значит,

$$3x^2 - 2x = 3x - 2;\ (3x-2)(x-1) = 0,$$

откуда $x = 1$ или $x = \frac{2}{3}$.

При $x = 1$ получаем $y = 1$.

При $x = \frac{2}{3}$ получаем $y = 0$.

Решения системы уравнений: $(1;1)$ и $\left(\frac{2}{3};0\right)$.

Ответ: $(1;1)$; $\left(\frac{2}{3};0\right)$.

Основная ошибка: делят одно уравнение на другое . Результат – потеря корня и 0 баллов.

Задание 20. Решить уравнение.

1. При решении квадратного уравнения через дискриминант многие учащиеся пишут : $D=2^2-4\cdot1\cdot(-2)=12=2\sqrt{3}$ - это недопустимая ошибка при оформлении. Вывод: ноль баллов.

2. При решении уравнений учащиеся часто используют замену $x^2=t$ и добавляют условие $t>0$. Это неверно, так как должно быть $t\geq0$. Вывод: ноль баллов.

3. При решении, например, уравнения $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$ учащиеся часто забывают указать ОДЗ ($x\leq3$). Но в конце решения пишут, что полученный корень $x=4$ не подходит по условию (не прописывая его).За такое решение тоже ставится ноль баллов.

4. Предположим, что при решении ученик получил следующее уравнение $x(x-2)=0$. Недопустимой ошибкой считается следующее оформление $x=0$ и $x=2$. (Правильно: $x=0$ или $x=2$). Вывод: ноль баллов.

Типичные ошибки

- Ошибки при раскрытии скобок, используя формулы сокращенного умножения.
- Отсутствие ОДЗ, либо проверки корней.
- Ошибки при решении квадратных уравнений (желательно всегда писать формулу)
- Извлечение корней квадратного уравнения (потеря корня)
- Использование символики (уравнения объединяют системой и в ответ записывают как для системы, а не уравнения)
- При введении новой переменной забывают вернуться к исходным неизвестным.
- Вычислительные ошибки.
- Отсутствие ответа.

Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 6 = 0$.

№20

$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 6 = 0$

$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}^{\backslash x} - 6^{\backslash x^2} = 0$

$1 - x - 6x^2 = 0$, ОДЗ: $x^2 \neq 0$
$x \neq 0$

$-6x^2 - x + 1 = 0 \mid \cdot (-1)$

$6x^2 + x - 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 1 + 4 \cdot 6 = 1 + 24 = 25 = 5^2$

$x_1 = \frac{-1+5}{2 \cdot 6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$x_2 = \frac{-1-5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} = -0,5$

Ответ: $-0,5; \frac{1}{3}$

2 балла

20. $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{(x-1)}-10=0$

1) Пусть $(x-1)=t$, тогда:

$\frac{1}{t^2}+\frac{3}{t}^{|t}-10^{|t^2}=0$

$\frac{1+3t-10t^2}{t^2}=0 \qquad t^2\neq 0$

$\Rightarrow -10t^2+3t+1=0 \;|\cdot(-1)$

$10t^2+3t-1=0$

$D=9+\overbrace{4\cdot 1\cdot 10}^{40}=49$

$\sqrt{D}=7$

$t_1=\frac{3+7}{20}=0{,}5$

$t_2=\frac{3-7}{20}=\frac{-1}{5}=-0{,}2$

Ответ: $-0{,}2$ и $0{,}8$.

2) $(x-1)=t$, следовательно:

- $x-1=0{,}5$

  $x=1{,}5$

- $x-1=-0{,}2$

  $x=1-0{,}2=0{,}8$

Неверно записан ответ.
Описка.
1-2 балла

Пример 3

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$.

Ответ: $1{,}5$; $0{,}8$.

$\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$; $\frac{1}{(x-1)(x-1)}+\frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)}-\frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}=0$;

$1+3(x-1)-10(x-1)(x-1)=0$, если $x\neq 1$

$1+3x-3-10(x-1)^2=0$;

$-2+3x-10x^2+20x-10=0$;

$-10x^2+23x-12=0 \mid \cdot(-1)$;

$10x^2-23x+12=0$;

$D=b^2-4ac$; $D=529-4\cdot10\cdot12=529-480=49$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{23+49}{2\cdot10}=\frac{72}{20}=3{,}6$; $x_2=\frac{23-49}{20}=-\frac{26}{20}=-1\frac{6}{20}=-1{,}3$

Ответ: $-1{,}3$; $3{,}6$

Комментарий. В формуле корней квадратного уравнения допущена ошибка: не извлечен корень из дискриминанта. Учитывая, что имеется запись $\sqrt{D}$, допущенную ошибку можно приравнять к вычислительной.

Оценка 1 балл

Решите уравнение $x^4 = (x-6)^2$.

Решение.
Исходное уравнение приводится к виду:

$$\left(x^2 - x + 6\right)\left(x^2 + x - 6\right) = 0.$$

Уравнение $x^2 - x + 6 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 + x - 6 = 0$ имеет корни -3 и 2.
Ответ: -3; 2.

Комментарии:
Если решаем методом подбора, то 0 баллов.

Если извлекаем корень из правой и левой части, и забываем   модуль, тоже 0 баллов.

Решите уравнение $x^3+2x^2=9x+18$.

Решение.
Преобразуем уравнение:

$$(x+2)x^2=9(x+2);\ (x+2)\left(x^2-9\right)=0,$$

откуда $x=-2$, $x=-3$ или $x=3$.
Ответ: -3; -2; 3.

Ошибка : деление на выражение , содержащее переменную.
0 баллов

Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$.

Ответ: -5.

20.

$x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$

$x^2 - 3x + \cancel{\sqrt{6-x}} - \cancel{\sqrt{6-x}} - 40 = 0$

$x^2 - 3x - 40 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 9 + 160 = 169$

$D > 0 \Rightarrow 2k$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3)+\sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{3+13}{2} = \frac{16}{2} = 8$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3)-\sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{3-13}{2} = \frac{-10}{2} = -5.$

Ответ: -5; 8.

Нет ограничений на подкоренное выражение

0 баллов

2 0.

$(x-3)^4 - 3(x-3)^2 - 10 = 0$

$t = (x-3)^2$

$t^2 - 3t - 10 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$

$t_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \qquad t_2 = \frac{3-7}{2} = -2$

$(x-3)^2 = 5 \qquad (x-3)^2 = -2$

$x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 5 = 0 \qquad x^2 - 6x + 11 = 0$

$x^2 - 6x + 4 = 0 \qquad D = 36 - 4 \cdot 11 = 36 - 44$

$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 36 - 16 = 20$ Решений нет

$x_1 = \frac{6+\sqrt{20}}{2} \qquad x_2 = \frac{6-\sqrt{20}}{2}$

2 1.

№20

$(x-3)^4-3(x-3)^2-10=0$

$(x-3)^2=t$ Вводим новую переменную О.Д.З. $t \geq 0$

$t^2-3t-10=0$

$t_1=5$ $t_2=-2$ Не удволитворяет

$(x-3)^2=5$

$|x-3|=\sqrt{5}$ или $|x-3|=-\sqrt{5}$

$x-3=\sqrt{5}$ $x-3=-\sqrt{5}$

$x=\sqrt{5}+3$ $x=-\sqrt{5}+3$

Ответ: $x=\sqrt{5}+3$ / $-\sqrt{5}+3$

Задание 21. Пример 3. Работа 1

Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

$\sqrt{21}$. $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$

$(x-1)^4=t^2$

$(x-1)^2=t$

$t^2-2t-3=0$

$D=4+12=16=4^2$

$x=\frac{2\pm4}{2}=\begin{matrix}3\\-1\end{matrix}$

$(x-1)^2=3$

$x^2-2x+1=3$

$x^2-2x-2=0$

$D=4+8=12=2\sqrt{3}$

$x=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{2}=\frac{2(1\pm\sqrt{3})}{2}=1\pm\sqrt{3}$

$(x-1)^2=-1$

нет решений, т.к. квадрат не может быть отрицательным.

Ответ: $1+\sqrt{3}$; $1-\sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

0 баллов

Оценивание

Типичные ошибки при решении неравенств

- Ошибки при нарушении алгоритма решения неравенства
- Невнимательное чтение условия (неправильный выбор интервала)
- Неправильно записанный ответ (скобки)
- Арифметические ошибки с отрицательными числами
- Не введена функция для нахождения нулей функции
- Обязательно написать как найден знак хотя бы для одного интервала.

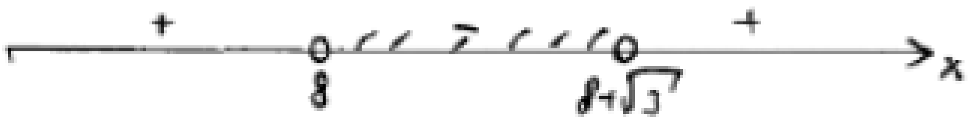
Задание 20. Решить неравенство

№21

$(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$

$\cancel{(x-8)(x-8-}$ $(x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$

$(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$



$x \in (8, 8+\sqrt{3})$

Ответ $x \in (8, 8+\sqrt{3})$

21 Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-8)\left(x-8-\sqrt{3}\right) < 0,$$

откуда $8 < x < 8+\sqrt{3}$.

Ответ: $\left(8; 8+\sqrt{3}\right)$.

Решите неравенство $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$.

Решение.

$(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$; $(x-7)^2 - \sqrt{11}(x-7) < 0$; $(x-7)\left(x-7-\sqrt{11}\right) < 0$,

Произведение двух множителей отрицательно, если множители разных знаков. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $\begin{cases} x-7<0, \\ x-7-\sqrt{11}>0; \end{cases}$ $\begin{cases} x<7, \\ x>7+\sqrt{11}, \end{cases}$ решений нет.

Второй случай: $\begin{cases} x-7>0, \\ x-7-\sqrt{11}<0; \end{cases}$ $\begin{cases} x>7, \\ x<7+\sqrt{11}, \end{cases}$ $7<x<7+\sqrt{11}$.

Решение исходного неравенства: $7<x<7+\sqrt{11}$.

Ответ: $(7; 7+\sqrt{11})$.

Задание 21. Текстовые задачи

Задание тематически сохраняется несколько лет.

Типовые задачи:

- Движение по воде
- На проценты, смеси, сплавы
- На совместную работу
- На движение по прямой

Основные проверяемые требования к математической подготовке:

Уметь решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры.

Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, строить и исследовать простейшие математические модели.

Задание 21. Решить задачу.

- Нужно запомнить, что при решении любой задачи необходимо либо сделать полное объяснение составления уравнения или заполнить таблицу, обязательно прописывая измерения величин. Просто составленное и решённое уравнение оценивается в ноль баллов.
- При решении задачи с помощью дробно-рационального уравнения обязательно нужно указать ОДЗ. Иначе, ноль баллов.
- При решении задачи с помощью квадратного уравнения обязательно нужно прописать нахождение корней (решить данное уравнение). Иначе, ноль баллов.
- Очень часто, при решении квадратного уравнения, именно в задачах, учащиеся подбирают корни с помощью теоремы Виета, забывая при этом потом проверить, действительно ли эти числа являются корнями данного уравнения. Здесь очень сложное оформление, поэтому не рекомендую использовать эту теорему. Просто решите уравнение через формулы. Иначе, ноль баллов.

№21.

Пусть x км/ч - собственная скорость баржи, тогда $(x+5)$ км/ч - скорость баржи по течению и $(x-5)$ км/ч - скорость баржи против течения. $x>0$

Составим и решим уравнение:

$$\frac{24^{\backslash x+5}}{x-5}+\frac{32^{\backslash x-5}}{x+5}=4$$

$$\frac{24x+120+32x-160}{(x-5)(x+5)}=4$$

$$\frac{56x-40}{x^2-25}=\frac{4}{1}$$

$$4(x^2-25)=56x-40$$

$$4x^2-100-56x+40=0$$

$$4x^2-56x-60=0 \;|:4$$

$$x^2-14x-15=0$$

$$a=1;\ b=-14;\ c=-15$$

$$D=b^2-4\cdot a\cdot c=(-14)^2-4\cdot 1\cdot(-15)=196+60=256$$

$$\sqrt{D}=\sqrt{256}=16$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{14+16}{2\cdot 1}=\frac{30}{2}=15 \text{ км/ч}$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{14-16}{2\cdot 1}=\frac{-2}{2}=-1 \text{ км/ч}$$ (не подходит, так как скорость не может быть отрицательной и $x>0$)

Ответ: 15 км/ч.

Баржа прошла против течения реки 24 км и, повернув обратно, прошла ещё 32 км, затратив на весь путь 4 часа. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

К чему можно предираться?

1. Нет связующей фразы перед уравнением. (По условию задачи… Так, как… то составим и решим уравнение)

2.Нет ограничений на дробно-рациональное уравнение.

Пример 2. Автомобиль двигался с постоянной скоростью из пункта А в пункт Б, расстояние между которыми 720 км. Другой автомобиль двигался с постоянной скоростью, которая была на 30 км/ч больше, чем скорость первого автомобиля, и приехал в Б на 4 часа раньше первого автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля.

Пусть х км/ч скорость второго автомобиля (х>0).

21.

	S(км)	V(км/ч)	t(ч)
I	720	$x+30$	$\frac{720}{x+30}$
II	720	x	$\frac{720}{x}$

на 4 ч б

2 226005 080313

Лист 1

Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ пишите аккуратно и разборчиво соблюдая разметку страницы
Не забудьте указать номер задания на которое Вы отвечаете например 31
Условия задания переписывать не нужно

Задание 21

	V	t	S
1	$x+14$	$\frac{140}{x+14}$	140
2	x	$\frac{140}{x}+5$	140

$$\frac{140}{x+14} - \frac{140}{x} + 5 = 0 \quad | \cdot x(x+14)$$

ОДЗ
$x(x+14) \neq 0$

$$\frac{140x - 140x - 1960 + 5x^2 + 70x}{x(x+14)} = 0$$

$$5x^2 + 70x - 1960 = 0 \quad |:5$$

$$x^2 + 14x - 392 = 0$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-392) = 196 + 1568 = 1764$$

$$x_1 = \frac{-14+42}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-14-42}{2} = \frac{-56}{2} = -28$$ не подходит, учитывая условия задачи

ответ: 14 км/ч

Задание 22

x	1	2	3	-1	-2	-4
y	-5	-4,5	-4,75	-4	-4,5	-4,75

Номер 21:

	V	S	t
1	$x+16$	105	$\frac{105}{x+16}$
2	x	105	$\frac{105}{x}$

1) $\frac{105}{x} - \frac{105}{x+16} = 4 \Big/ : \cancel{x}\ x(x+16)$

$105(x+16) - 105x = 4x(x+16)$

$105x + 1680 - 105x = 4x^2 + 64x$

$4x^2 + 64x - 1680 = 0 \Big/ : 4$

$x^2 + 16x - 420 = 0$

$D = 256 + 1680 = 1936$

$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 44}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{-16+44}{2} = 14$

$x_2 = \frac{-16-44}{2} = -30 < 0$

x_2 – Н.У.З.

Ответ: 14 км/ч

$\frac{60-3x}{x} \cdot 60x = 6x - 3x^2 + 600 - 30x$

$3x^2 + 30x - 600 = 0 \,/ :3$

$x^2 + 10x - 200 = 0$

$D = 100 + 800 = 900$

$x_1 = \frac{-10-30}{2} = -20$ — НЕ ПОДХОДИТ ПО Ф.С.З.

$x_2 = \frac{-10+30}{2} = 10$

Ответ: 10

Задание 21. Решить задачу

- При решении задач, связанных с нахождением средней скорости, нельзя брать расстояние за единицу (нужно ввести переменную S). Эта ошибка заключается в том, что расстояние измеряется в км, а введённая единица размерности не имеет. Такая замена ведёт к оцениванию в ноль баллов.

21. Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 55 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, большей скорости первого на 6 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста.

Ответ: 60 км/ч.

21.

	S км	v км/ч (I-ая полов.)	v км/ч (II-ая полов	t ч.
II авт.	2	55	x+6	?
		v км/ч.		=
I авт.	2	x		?

Задание № 22

- Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика. Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами**.

Задание 22. Построить график функции

1. **ВАЖНО!!!** При построении графика функции обязательно должны быть прорисованы хотя бы пять контрольных точек (кроме линейной функции), чтобы был виден четкий характер рисунка. Иначе, ноль баллов.

2. Самая распространённая и недопустимая ошибка. Слева или справа график обрывается заштрихованной точкой, а в области определения ограничения нет. Такой график также будет оценён в ноль баллов.

3. И самое главное. Нельзя забывать про область определения. Выколотые точки – это главные точки графика. Иначе, ноль баллов.

Типичные ошибки

- Не показывают нахождение значений параметра m графическим способом (**не чертят прямые, заданные уравнением y=m, или не описывают их построение**).
- Отсутствуют деления на координатных осях, в результате чего график построен схематично и не проходит через точки, взятые в таблице значений.
- Запись не соответствует построению, например, пишут: построим параболу, а строят ее часть и т.д..
- Путают линейную функцию с функцией прямой пропорциональной зависимости.
- Отсутствие таблиц значений для построения графиков, либо значения переменной(ых) найдены с ошибкой.
- Построение части графика функции, не являющейся линейной, по двум точкам и наоборот, построение части графика линейной функции по трем и более точкам;

График линейной функции строить только по 2 точкам
Если в таблице 3 точки и отмечены на плоскости 3 точки то -1б
Если в таблице 3 точки, а отмечено в плоскости 2 , то <u>не снимается балл</u>
Если в таблице 2 точки а на графике 3, то <u>не снимаем балл</u>

График квадратичной функции допускается 3 и более точки, включая вершину параболы.

График обратной пропорциональной зависимости минимум 3 точки, если меньше, то 0 баллов.

Отсутствие таблицы - 0 баллов
За отсутствие един. отрезка – 0 баллов

За отсутствие подп. осей <u>не снимается балл</u>.

Нет построенной выколотой точки – 0 баллов.

Пример 1. Постройте график функции $y=\frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком ни одной точки пересечения.

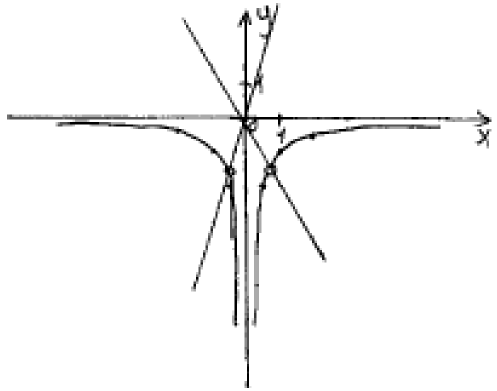
№22) $y=\frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$

1) если $x \geq 0$, то

$y=\frac{1,5x-1}{1-1,5x^2}=\frac{1,5x-1}{-x(1,5x-1)}=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$, где $x \neq \frac{2}{3}$ и $y \neq -\frac{3}{2}$

2) если $x<0$, то

$y=\frac{-1,5x-1}{-x-1,5x^2}=\frac{-1,5x-1}{x(-1,5x-1)}=\frac{1}{x}$, где $x \neq -\frac{2}{3}$ и $y \neq -\frac{3}{2}$



$y=kx$ не будет иметь общих точек с графиком если $y=0$ ~~(т.е. k=0)~~ то есть $k=0$ или если он будет проходить через выколотые точки $\left(\frac{2}{3};-\frac{3}{2}\right)$ и $\left(-\frac{2}{3};-\frac{3}{2}\right)$.

$-\frac{3}{2}=k\cdot\frac{2}{3}$

$k=-\frac{9}{4}$

$k=-2,25$

$-\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}k$

$k=\frac{9}{4}$

$k=2,25$

Ответ. $k=-2,25;0;2,25$.

Пример 3.

Постройте график функции

$$y=\begin{cases} x^2+2 & \text{при } x\ge -2, \\ -\dfrac{6}{x} & \text{при } x<-2. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: $0<m<2$, $m>6$.

№22. $y=\begin{cases} x^2+2 & \text{при } x\ge -2 \\ -\frac{6}{x} & \text{при } x<-2 \end{cases}$

1) $y=x^2+2$ при $x\ge -2$

$y=x^2+2$ – парабола вида $y=x^2$

$x_0=-\frac{b}{2a}=0$

$y_0=0+2=2$

Вершина $(0;2)$

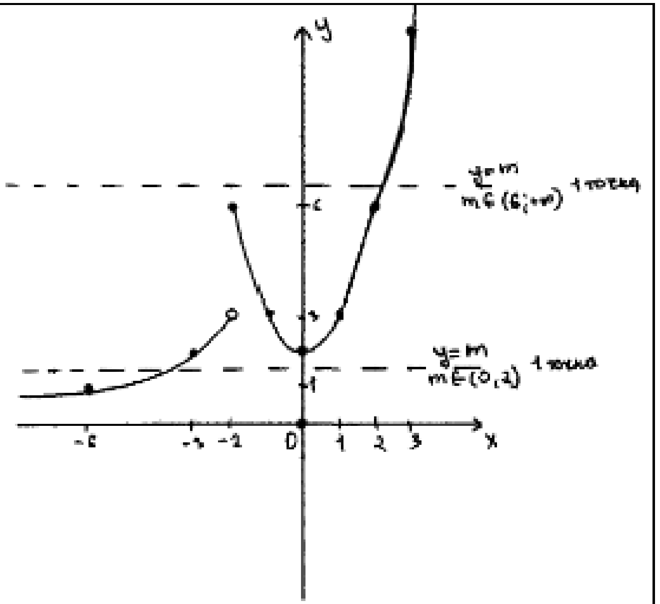
x	-2	-1	0	1	2	3
y	6	3	2	3	6	11

2) $y=-\frac{6}{x}$ при $x<-2$

$y=-\frac{6}{x}$ – график – гипербола

x	-6	-3	-2
y	1	2	3

← выколотая точка



$y=m$ – прямая параллельная Ox, имеет 1 общую точку с построенным графиком при $m\in(0;2)\cup(6;+\infty)$

Ответ: $(0;2)\cup(6;+\infty)$

2 балла

22. $y = \begin{cases} x^2+2, & x \geq -2 \\ -\frac{6}{x}, & x < -2 \end{cases}$ — кусочно заданная функция с $D(y) = \mathbb{R}$

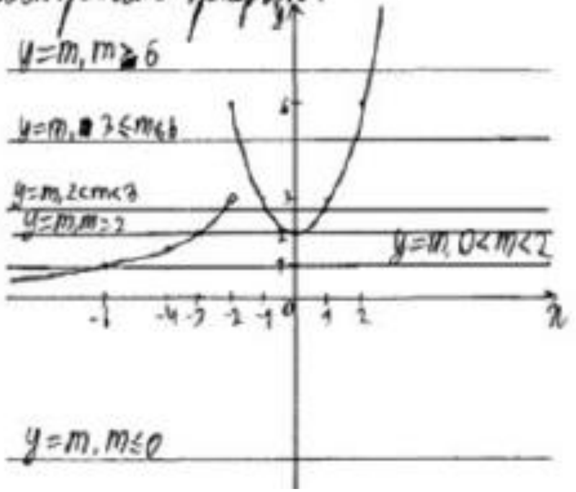
$y = x^2+2$ — квадратичная ф-ция, график — парабола с ветвями, направленными вверх и вершиной $(0;2)$

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	2	3	6

$y = -\frac{6}{x}$ — ф-ция обратной пропорциональности, график — гипербола, расположенная в II и IV четвертях

x	-2	-3	-4	-6
y	3	2	$1\frac{1}{2}$	1

Построим график:



Прямая $y=m$ с графиком заданной функции имеет:
- 0 общих точек при $m \in (-\infty;0]$
- 1 общую точку при $m \in (0;2) \cup (6;+\infty)$
- 2 общие точки при $m \in \{2\} \cup [3;6]$
- 3 общие точки при $m \in (2;3)$

Ответ: $(0,2) \cup (6;+\infty)$

2 балла

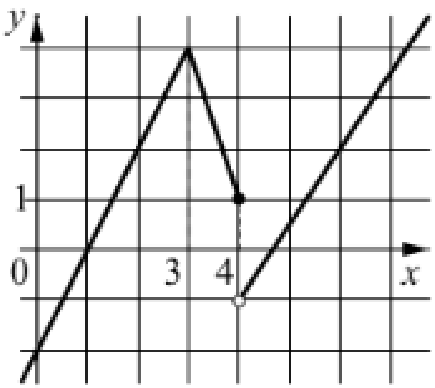
Постройте график функции

$$y=\begin{cases}2x-2 & \text{при} \quad x<3,\\ -3x+13 & \text{при} \quad 3\le x\le 4,\\ 1{,}5x-7 & \text{при} \quad x>4.\end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Обязательная проверка граничных точек.

Решение.



Построим график функции $y=2x-2$ при $x<3$, график функции $y=-3x+13$ при $3\le x\le 4$ и график функции $y=1{,}5x-7$ при $x>4$.

Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $-1<m<1$ и при $m=4$.

Ответ: $-1<m<1$; $m=4$.

Постройте график функции

$$y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

1. ООФ писать обязательно.
2. Должны быть построены асимптоты

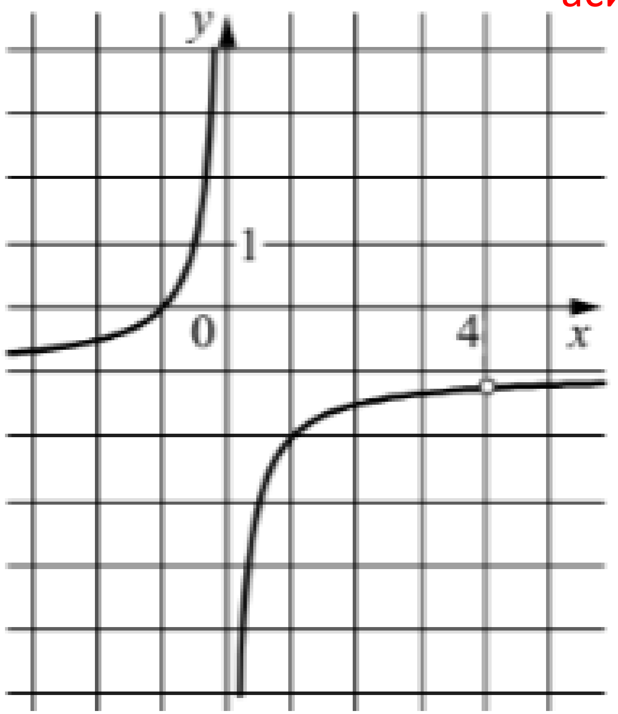
Решение.

Преобразуем выражение: $-1 - \frac{x-4}{x^2-4x} = -1 - \frac{1}{x}$

при условии, что $x \neq 4$.

Построим график.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -1$ или $m = -\frac{5}{4}$.



Ответ: $m = -1$; $m = -\frac{5}{4}$.

23

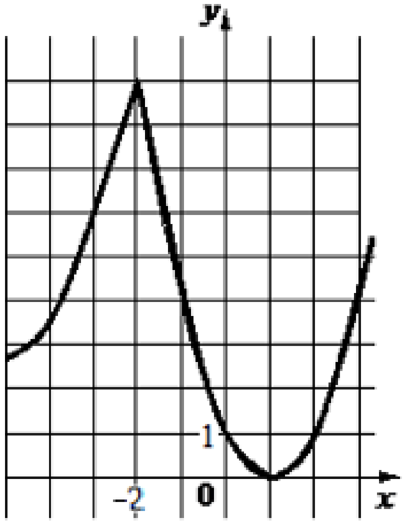
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, \text{ если } x \geq -2, \\ -\dfrac{18}{x}, \text{ если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\dfrac{18}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 - 2x + 1$ при $x \geq -2$.



Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 9$.

Ответ: 0; $[9; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

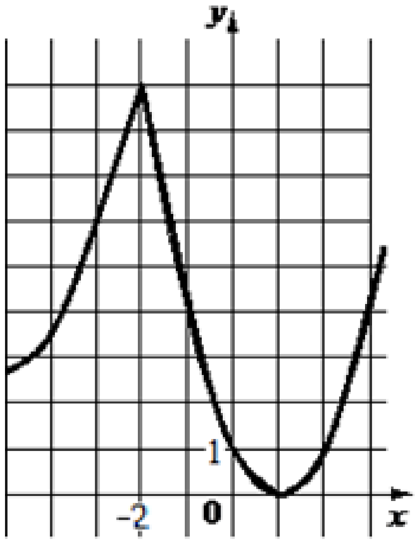
Решение.

Построим график функции $y = -\frac{18}{x}$.

Графиком является гипербола, состоящая из двух ветвей, расположенных во второй и четвертой четвертях.
Так как нужна ветвь гиперболы при $x < -2$, то строим ветвь во второй четверти.

x	–1	**–2**	–3	–6	–9	–18
y	18	**9**	6	3	2	1

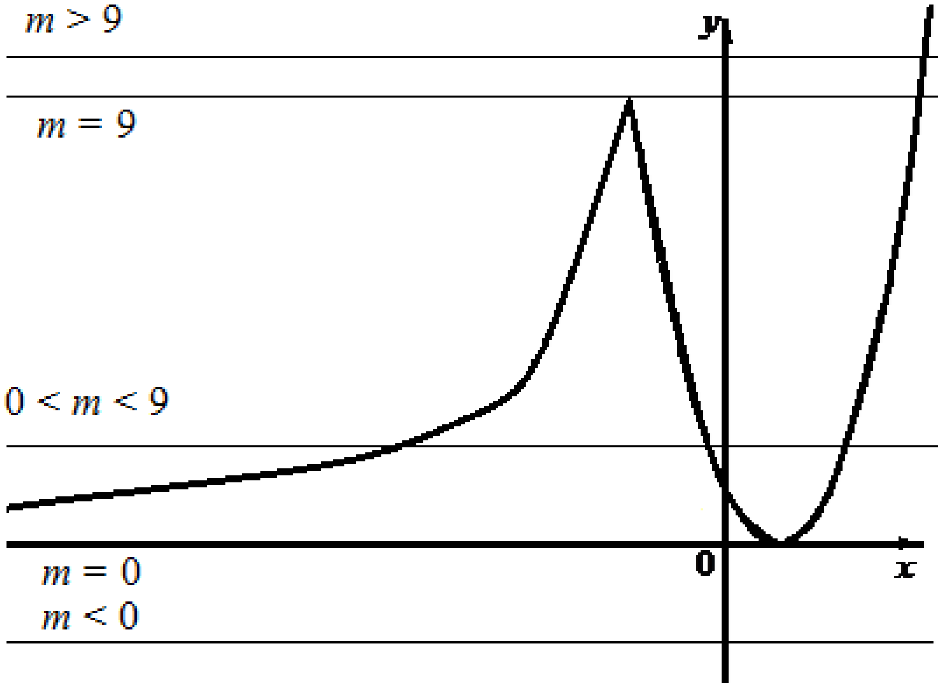
Построим график функции $y = x^2 - 2x + 1$. Квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх.
Вершина параболы – (1; 0). Так нам нужна часть параболы при при $x \geq -2$, то вычислим координаты точек при $x \geq -2$, учитываю симметрию относительно прямой $x = 1$.



x	**–2**	–1	0	1	2	3	4
y	**9**	4	1	0	1	4	9

Оставим ветвь гиперболы при $x < -2$ и часть параболы при $x \geq -2$. (В точке $x = -2$ происходит «склейка» графиков.)

Построим семейство прямых $y = m$, параллельных или совпадающих с осью Ox.



При $m < 0$ прямая $y = m$ с графиком функции не имеет общих точек;
при $m = 0$ прямая $y = m$ с графиком функции имеет одну общую точку;
при $0 < m < 9$ прямая $y = m$ с графиком функции имеет три общих точки;
при $m = 9$ прямая $y = m$ с графиком функции имеет две общие точки;
при $m > 9$ прямая $y = m$ с графиком функции имеет одну общую точку.

Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 9$.

Ответ: 0; $[9;+\infty)$.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!